



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**STUDIUM VZÁJEMNÉ INTERAKCE TRHLIN ŠÍŘÍCÍCH SE
V ČÁSTICOVÉM KOMPOZITU S KŘEHKOU MATRICÍ ZA
PODMÍNEK SUBKRITICKÉHO RŮSTU**

MUTUAL INTERACTION OF MULTIPLE CRACKS GROWING IN THE PARTICULATE COMPOSITE WITH
BRITTLE MATRIX UNDER CONDITIONS OF SUB-CRITICAL CRACK GROWTH

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Ondřej Slávik

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Zdeněk Majer, Ph.D.

BRNO 2017

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Bc. Ondřej Slávik**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce: **Ing. Zdeněk Majer, Ph.D.**
Akademický rok: 2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Studium vzájemné interakce trhlin šířících se v částicovém kompozitu s křehkou maticí za podmínek subkritického růstu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Kompozitní materiály jsou v dnešní době jednou z nejprogresivněji se rozvíjející oblastí materiálového inženýrství. Keramické kompozity jsou výhodné pro svoji odolnost proti vysokým teplotám či vysokou pevnost. Zároveň jsou však velice křehké a právě studium lomového chování keramických kompozitů je nezbytné k jejich bezproblémovému použití v praxi. Úkolem této práce je studium subkritického šíření trhlin v keramických částicových kompozitních materiálech.

Cíle diplomové práce:

Cílem diplomové práce je popis chování a vzájemná interakce 2 (či případně více) trhlin šířících se za podmínek podkritického růstu v křehké matici částicového kompozitního materiálu. Pro studium šíření trhlin bude využit částicový kompozit používaný jako substrát pro polovodičové desky v oblasti IT, tzv. low temperature co-fired ceramics (LTCC). Dílčí cíle práce jsou následující:

- seznámení se základy lineárně-elastické lomové mechaniky (LELM),
- popis a literární rešerše postupů stanovení směru šíření trhliny,
- vytvoření 2D numerického modelu kompozitu s trhlami v prostředí ANSYS, na základě provedených simulací bude popsán mechanismus šíření a interakce 2 (či více) šířících se trhlin v zadaném částicovém kompozitu s křehkou maticí, přičemž budou brány do úvahy různé počáteční konfigurace trhlin vycházející z rozmístění defektů v reálném kompozitu

Seznam literatury:

ANDERSON, T. L. Fracture mechanics: fundamentals and applications. 3rd ed. Boca Raton, FL: Taylor & Francis, 2005. ISBN 0849316561.



LAWRENCE, Kent L. ANSYS tutorial: release 11.0 : structural & thermal analysis using the ANSYS release 11.0 environment. Mission: SDC Publications, 2007. ISBN 978-1-58503-400-0.

MAJER, Z., M. PLETZ, C. KRAUTGASSER, L. NÁHLÍK, P. HUTAŘ a R. BERMEJO. Numerical Analysis of Sub-critical Crack Growth in Particulate Ceramic Composites. Procedia Materials Science [online]. 2014, 3, 2071-2076 [cit. 2016-11-02]. DOI: 10.1016/j.mspro.2014.06.335. ISSN 22118128. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2211812814003368>

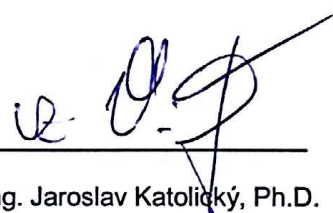
BERMEJO, R., P. SUPANCIC, C. KRAUTGASSER, R. MORRELL a R. DANZER. Subcritical crack growth in Low Temperature Co-fired Ceramics under biaxial loading. Engineering Fracture Mechanics [online]. 2013, 100, 108-121 [cit. 2016-11-02]. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2012.12.004. ISSN 00137944. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0013794412004651>

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17.

V Brně, dne 2. 11. 2016



prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu



doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

V prvej časti predloženej diplomovej práce sú zhrnuté teoretické poznatky v oblasti lomovej mechaniky, súvisiace s praktickou časťou tejto práce. V tej bol vytvorený 2D parametrický výpočtový model časticového kompozitu s trhlinami, pričom bola využitá metóda konečných prvkov. Vďaka tomuto modelu je možné jednoduchou manipuláciou vstupných údajov nájsť špecifické konfigurácie, ktoré poukazujú na existenciu celej rady vzájomných interakcií medzi týmito trhlinami. Vo výpočtoch bol uvažovaný vplyv reziduálnych napätí, ktoré v materiále vznikajú pri výrobe. V práci bol taktiež zohľadnený jav subkritického rastu.

Kľúčové slová

lomová, mechanika, časticový, kompozit, LTCC, trhlina, interakcia, reziduálne, napätie, subkritický, rast, výpočtové, modelovanie, MKP

Abstract

In the first part of the submitted diploma thesis, the knowledge in the sphere of the fracture mechanics, related to the practice part of this thesis are summarized. In that the 2D parametrical numerical model of the particle composite with multiple cracks was created, using the finite elements method. Thanks to this model it is possible to find specific configurations which are showing the existance of multiple mutual interactions between these cracks, just by simple manipulation of the input data. In the calculations the influence of the residual stresses was considered which are formed during production of the material. The effect of the subcritical crack growth was taken into account as well in this thesis.

Keywords

fracture, mechanics, particle, composite, LTCC, crack, interaction, rezidual, stress, subcritical, growth, numerical, modeling, FEM

Bibliografická citácia

SLÁVIK, O. *Studium vzájemné interakce trhlín šířících se v časticovém kompozitu s křehkou maticí za podmínek subkritického růstu*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. 59 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Zdeněk Majer, Ph.D..

Prehlásenie

Prehlasujem, že som diplomovú prácu „Štúdium vzájomnej interakcie trhlín šíriacich sa v časticovom kompozite s krehkou maticou za podmienok subkritického rastu“ vypracoval samostatne, len s použitím uvedenej literatúry.

V Brne dňa 26. mája 2016

.....
Slávik Ondrej

Pod'akovanie

Chcel by som poďakovať predovšetkým vedúcemu diplomovej práce pánovi Ing. Zdeňkovi Majerovi Ph.D. za odborné vedenie a ochotu reagovať na akékoľvek otázky a problémy počas celej práce, ďalej pracovníkom ÚFM za ochotu a pomoc pri vypracovávaní a samozrejme celej rodine a blízkym za podporu počas celej doby štúdia.

Obsah

| | |
|---|----|
| 1. Úvod | 13 |
| 2. Problémová situácia | 14 |
| 2.1 Formulácia problému | 14 |
| 2.2 Formulácia cieľov práce | 14 |
| 3. Systém podstatných veličín a výber metódy riešenia | 15 |
| 3.1 Výber metódy riešenia | 16 |
| 4. Teoretické základy lomovej mechaniky | 17 |
| 4.1 Rozdelenie lomovej mechaniky | 17 |
| 4.2 Koncepcia súčiniteľa intenzity napätia | 18 |
| 4.3 Lomová húževnatosť | 21 |
| 4.4 Koncepcia hnacej sily trhliny | 21 |
| 4.5 Koncepcia hustoty deformačnej energie | 23 |
| 4.6 Subkritický rast | 25 |
| 5. Tvorba numerického modelu | 28 |
| 5.1 Model geometrie a materiálu | 28 |
| 5.2 Diskretizácia | 29 |
| 5.3 Zaťaženie a okrajové podmienky | 31 |
| 5.4 Mechanizmus šírenia trhliny | 32 |
| 6. Analýza výsledkov | 35 |
| 6.1 Vplyv statickej trhliny na šírenie susednej trhliny | 36 |
| 6.2 Vplyv veľkosti tlaku na šírenie trhliny | 41 |
| 6.3 Problém uzatvárania trhliny | 45 |
| 6.4 Šírenie oboch trhlín | 49 |
| 6.5 Subkritický rast | 52 |
| 7. Záver | 56 |

| | |
|--|----|
| 8. Zoznam použitej literatúry | 57 |
| Zoznam použitých skratiek a symbolov | 59 |

1. ÚVOD

Aj napriek všetkým negatívam, ktoré so sebou prináša vojna, môžeme nájsť jednu svetlú stránku, a tou je technický rozvoj. Ten ju sprevádza v podobe súperenia o lepšie a vyspelejšie technológie. To platí pre strojárenské odvetvie vo všeobecnosti, avšak táto diplomová práca bude súvisieť konkrétne s jednou špecifickou disciplínou, ktorou je lomová mechanika. Túto môžeme zaradiť medzi najmladšie odvetvia mechaniky a jej najväčší rozmach sa datuje práve do obdobia spomínanej druhej svetovej vojny. Technický rozvoj znamenal v danej dobe potrebu riešenia všemožných technických porúch a havárií. Medzi ne patria napríklad výbuch nádrže na melasu v Bostone, poruchy lodí Liberty, havárie letov spoločnosti Comet, poškodenie trupov lietadiel spoločnosti Aloha airlines a iné [16]. Všetky spomenuté incidenty majú jednu spoločnú vlastnosť – nestabilné šírenie trhliny¹, ktoré vyústilo až do lomu a následnej straty funkcie. Zmienené nešťastia a mnoho podobných znamenali jednak materiálne straty, ale mnohé z nich si bohužiaľ vyžiadali aj ľudské životy. To bolo samozrejme viac ako len dostatočným dôvodom riešenia danej problematiky, ktorá sa nakoniec stala predmetom záujmu lomovej mechaniky.

Štúdium technických porúch spôsobilo, že tento obor zaznamenal v priebehu času od obdobia druhej svetovej vojny až do súčasnosti veľký pokrok. S ním súvisela celá rada teoretických odvodení a experimentov v podobe rôznych koncepcií a prístupov k popisu chovania telesa s trhlinou. V dnešnej dobe významným spôsobom ovplyvňuje rozvoj lomovej mechaniky aj výpočtová technika, ktorej vývoj sa na prelome 20. a 21. storočia posunul veľmi výrazným spôsobom dopredu. Táto skutočnosť otvára možnosti výpočtovému modelovaniu, pričom veľmi rozšírená je metóda konečných prvkov. Vďaka tomu je možné sa zaoberať neustále zložitejšími a komplexnejšími typmi materiálov.

Značne populárne sú napríklad kompozitné materiály, ktoré patria medzi najprogresívnejšie sa rozvíjajúcu oblasť súčasného materiálového inžinierstva. Môžu byť tvorené dvomi, prípadne viacerými substanciami, pričom každá z nich má iné materiálové vlastnosti. Tie dávajú vo výsledku kompozitu nové charakteristiky tak, aby bola pokiaľ možno čo najlepšie splnená požadovaná funkcia. Keramické kompozity sú výhodné najmä vďaka svojej vysokej odolnosti voči extrémnym teplotám a rovnako tak sú pre ne charakteristické vysoké hodnoty pevnosti a lomovej húževnatosti. Na druhú stranu treba podotknúť, že sa vyznačujú vysokou krehkosťou, čo je hlavná nevýhoda keramiky pre konštrukčné účely. Z toho dôvodu je pre ich bezproblémové použitie v praxi dôležité štúdium ich lomového chovania.

Ďalšou charakteristickou črtou keramických kompozitov je skutočnosť, že pri výrobe alebo opracovaní vznikajú v tomto materiáli vady typu trhlina, ktorým sa jednoducho nejde vyhnúť. Je pravda, že vo väčšine prípadov sa jedná o vady na mikroskopickej úrovni, ktoré až takým významným spôsobom neovplyvnia životnosť takejto súčasti. Mnohokrát však medzi týmito trhlínami dochádza k rôznym interakciám, tzn. dokážu sa vzájomne ovplyvniť, čo spôsobuje oveľa náročnejšiu predkciu ich chovania. Práve spomenutá interakcia trhlín bude predmetom záujmu predloženej diplomovej práce.

¹ trhlina sa šíri samovoľne, nie je nutné ďalšie zaťažovanie

2. PROBLÉMOVÁ SITUÁCIA

Problémová situácia je podľa [1] definovaná ako taký neštandardný stav entity, ktorý z objektívnych alebo subjektívnych dôvodov vyžaduje riešenie s určitým vymedzeným cieľom, pričom proces riešenia nie je rutinný, preto riešiteľ musí využiť informačnú, hodnotiacu, tvorivú a rozhodovaciu činnosť a hľadať metódy riešenia.

V našom prípade je neštandardnou situáciou nedostatok poznatkov o interakciách dvoch, prípadne viacerých trhlín, preto bude snahou tejto diplomovej práce popísať takéto interakcie v časticovom kompozite, tzv. low temperature Co-fired composites (LTCC). Tieto materiály sú okrem iného charakteristické pôsobením reziduálnych napätí, ktoré vznikajú pri chladnutí materiálu po vypaľovaní v dôsledku rozdielnych súčiniteľov teplotnej rozťažnosti pre častice a maticu [14]. Tieto reziduálne napätia majú potom významný vplyv na šírenie trhlín v takomto materiáli. Ďalším faktorom, ktorý sa uplatní pri ovplyvnení chovania trhliny je tzv. subkritický rast. Je to časovo závislý mechanizmus šírenia trhliny, ktorý je spájaný s vplyvom okolitého prostredia na daný materiál. Medzi najčastejšie príčiny tohoto fenoménu môžeme zaradiť účinok striedavých napätí, pôsobenie agresívneho prostredia, v ktorom dochádza ku koróznemu rastu trhliny, alebo vplyv vysokých teplôt, kedy môže dôjsť ku creepovému šíreniu trhliny. Je teda zrejmé, že v prípade LTCC materiálov je treba počítať s celou radou faktorov ovplyvňujúcich chovanie trhlín, čo je viac ako dostačujúcim dôvodom k zadaniu tejto diplomovej práce.

2.1 FORMULÁCIA PROBLÉMU

Účelom práce bude nájdenie takých konfigurácií, na ktorých bude možné demonštrovať interakciu dvoch, prípadne viacerých trhlín, pričom bude využité numerické modelovanie s využitím MKP. Pri tomto modelovaní budú do úvahy taktiež zahrnuté vplyvy reziduálnych napätí v týchto kompozitoch a rovnako tak bude sledované aj chovanie trhlín pri uvažovaní subkritického rastu. Pre tieto štúdie bude použitý už spomenutý LTCC materiál, ktorý sa využíva ako substrát pre polovodičové dosky v oblasti IT.

2.2 FORMULÁCIA CIEĽOV PRÁCE

- zoznámenie s danou problematikou a rešerše dostupných prístupov pre získanie poznatkov a princípov nutných pri tvorbe numerického modelu
- vytvorenie 2D výpočtového modelu kompozitu s trhlinami v prostredí ANSYS s využitím metódy konečných prvkov (MKP). Na základe simulácií bude popísaný mechanizmus šírenia a interakcia dvoch, prípadne viacerých trhlín, ktoré sa budú šíriť v zadanom časticovom kompozite s krehkou maticou. Do úvahy pritom budú brané rôzne počiatočné konfigurácie trhlín, vychádzajúcich z rozmiestnenia defektov v reálnom kompozite
- diskusia získaných výsledkov

3. SYSTÉM PODSTATNÝCH VELIČÍN A VÝBER METÓDY RIEŠENIA

V predchádzajúcej kapitole bola formulovaná problémová situácia a ciele riešenia, na základe ktorých je teraz možné určenie systému podstatných veličín na danom objekte:

- Ω – objekt

Objektom riešenia predloženej diplomovej práce je časticový kompozit, tzv. LTCC s nepravidelným usporiadaním častíc.

- S_0 – okolie objektu

Okolie objektu je vlhké korózne prostredie, ktoré môže viesť až k subkritickému rastu trhliny.

- S_1 – geometria a topológia entity

Model geometrie je vzorka pre ťahovú skúšku na úrovni 2D úlohy. Keďže sa jedná o kompozit, tak je tento model zložený z matrice a plniva v podobe častíc.

- S_2 – väzby a interakcia s okolím

Väzba vzorky je pomocou zamedzenia posuvu v x – ovom a y – ovom smere v jednom uzle, pričom je táto vzorka naťahovaná na protiľahlých hranách, čím simulujeme ťahovú skúšku.

- S_3 – aktivácia entity s okolím

Príčinou vzniku napätosti a deformácie v modeli je pôsobenie tlaku na hranách vzorky a vplyv zmeny teploty, s ktorou súvisí vznik reziduálnych napätí v okolí častíc.

- S_4 – Ovplyvňovanie entity s okolím

Chovanie modelu je závislé na pôsobení vlhkého korózneho prostredia, zaťažení tlakom a zmene teploty.

- S_5 – Odborové vlastnosti štruktúry entity

Materiálom objektu je už spomínaný časticový kompozit LTCC, zložený zo sklenej matrice SiO_2 a plniva Al_2O_3 . Materiál je popísaný modulom pružnosti v ťahu a Poissonovým pomerom ako pre matricu, tak aj pre plnivo a lomovou húževnatosťou matrice.

- S_6 – Veličiny popisujúce procesy a stavy

Stavy a procesy sú v prípade variačného prístupu numerického modelovania skryté, pričom výstupom je deformačný stav, z ktorého je potom možné vďaka fyzikálnym vzťahom dostať stav napäťový a až z nich je potom možné stanovenie dôležitých veličín, popisujúcich chovanie trhliny.

- S7 – prejavy

Vo vzťahu k deformácii:

- Otváranie a šírenie trhlín, vznikanie ďalších lomových plôch, zapríčinené pôsobením tlaku.

Vo vzťahu k napätiu:

- Vznik napätosti na celom kompozite vďaka pôsobeniu tlaku.

- S8 – Dôsledky prejavov

Vznik subkritického šírenia trhliny, čo môže viesť až k medznému stavu krehkého porušenia.

3.1 VÝBER METÓDY RIEŠENIA

Metódou pre riešenie problému interakcie viacerých trhlín v časticovom kompozite bolo na základe systému podstatných veličín zvolené numerické modelovanie pomocou MKP, konkrétne vo výpočtovom programe ANSYS [15], pretože je táto metóda schopná vziať do úvahy všetky z uvedených podstatných veličín. Jedinou výnimkou je usporiadanie častíc, ktoré je v reálnom prípade zdanlivo náhodné a v prípade numerického modelu je deterministické a pravidelné. Táto skutočnosť však nebude mať tak významný vplyv na dosiahnuté výsledky, pretože v prípade reálneho telesa je počet častíc v matici veľmi veľký a pri danom objemovom množstve je možné pre zjednodušenie predpokladať približne pravidelné usporiadanie.

4. TEORETICKÉ ZÁKLADY LOMOVEJ MECHANIKY

V úvode bolo načrtnuté, že lomová mechanika sa začala významne rozvíjať v 19. storočí v súvislosti s technickým rozvojom a mnohými nehodami, poznačenými stratami ľudských životov.

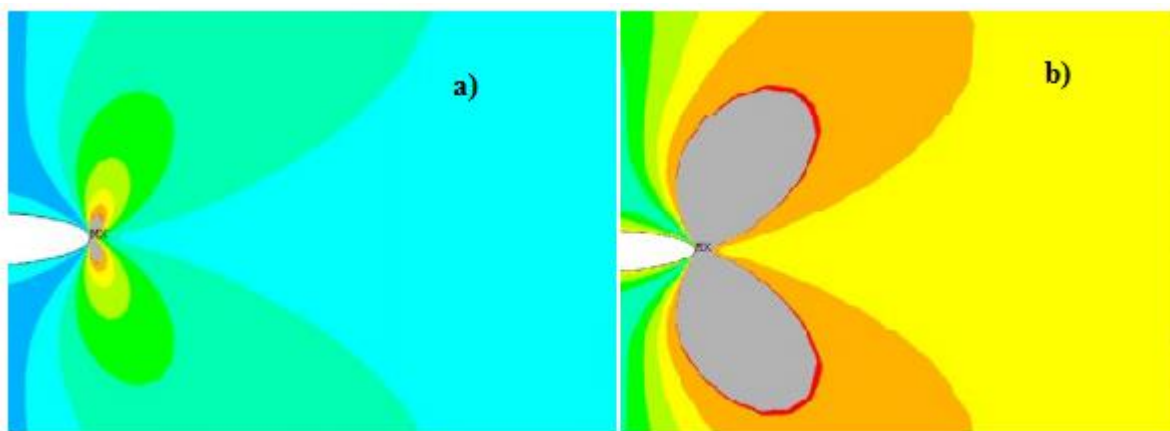
V teoretických odvodeniach vychádza táto disciplína z predstavy telesa ako kontinua s existujúcou trhlinou. To znamená, že sa nezaoberá problematikou vzniku trhlín, ale predpokladá, že teleso trhlinu už obsahuje. Trhlinové defekty vznikajú napríklad už pri samotnej výrobe, povrchových úpravách, preprave telesa atď.

Naproti tomu v experimentálnych štúdiách je zisťovaný odpor materiálu voči šíreniu trhliny na základe skúšok na vzorkách obsahujúcich trhliny, a to pri rôznych podmienkach. Takýto prístup je fenomenologický. Neobmedzuje sa len na krehký lom, obdobný postup je možné použiť aj v prípade nestabilných lomov húževnatého charakteru a s určitými modifikáciami aj pre stabilný rast trhliny, ako napríklad u cyklického namáhania [2].

4.1 ROZDELENIE LOMOVEJ MECHANIKY

Postupom času sa lomová mechanika vyvinula do dvoch hlavných oblastí:

1. Lineárne elastická lomová mechanika (LELM), ktorá predpokladá platnosť Hookovho zákona medzi zložkami deformácie a napätia, a to v oblasti pri koreni trhliny. V prípade určitých zjednodušujúcich predpokladov je pomocou LELM možný popis napät'ovo deformačných pomerov pri koreni trhliny aj za existencie malej plastickej zóny (obr. 1).
2. Elasto - plastická lomová mechanika (EPLM), ktorá už berie do úvahy existenciu veľkej plastickej zóny (obr. 1) pri koreni trhliny, poprípade úplné splastizovanie celého nosného prierezu, obsahujúceho trhlinu [2].



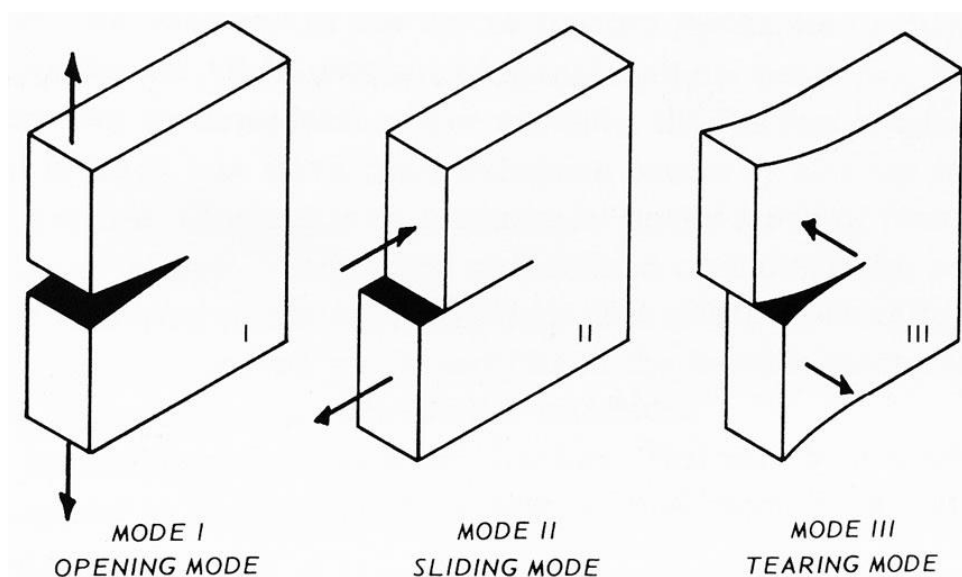
Obr. 1: napätosť v okolí čela trhliny - a) malá plastická zóna, b) veľká plastická zóna [3]

V predloženej diplomovej práci sa ďalej budeme zaoberať už len LELM. Dá sa povedať, že táto oblasť sa v súčasnosti považuje do určitej miery za uzavretú. Napriek tomu sú jej poznatky nevyhnutné v celej rade problémov. Formulácia lomového kritéria² tu môže byť na energetickom podklade, alebo na základe deformácií a napätí pri koreni trhliny. Podstatou energetických kritérií je bilancia zmien energie pri raste trhliny. Patria sem napríklad koncepcie hnacej sily trhliny, J-integrál, alebo koncepcia hustoty deformačnej energie. Naproti tomu napäťové a deformačné kritériá sú založené na koncepcii súčiniteľa intenzity napätia, alebo kritickom otvorení koreňa trhliny.

4.2 KONCEPCIA SÚČiniteĽA INTENZITY NAPÄTIA

Dá sa konštatovať, že koncepcia súčiniteľa intenzity napätia je najprepracovanejšou a najrozšírenejšou koncepciou. Dôvodom jej zavedenia bol výskyt singularity napätia v oblasti čela trhliny, kde z teoretických odvodení toto napätie rastie nad všetky medze. Preto pre popis telesa s trhlinou nie je vhodným parametrom napätie, ale používa sa charakteristika s názvom súčiniteľ intenzity napätia.

K popisu poľa napätí a deformácií u telesa s trhlinou rozlišujeme tri základné typy namáhania, tzv. módy, ktoré sú závislé na charaktere zaťažovacej sily (obr. 2).



Obr. 2: Módy zaťažovania [17]

- I – normálové namáhanie, dochádza k vzájomnému oddiaľovaniu voľných povrchov, za zachovania symetrie v rovinách x-z a x-y,
- II – šmykové namáhanie, posunutie povrchu v smere osi x a symetria v rovine x-y,
- III – antirovinné namáhanie, posunutie je rovnobežné s čelom trhliny v smere osi z

² Charakterizuje posúdenie prípustnosti trhliny.

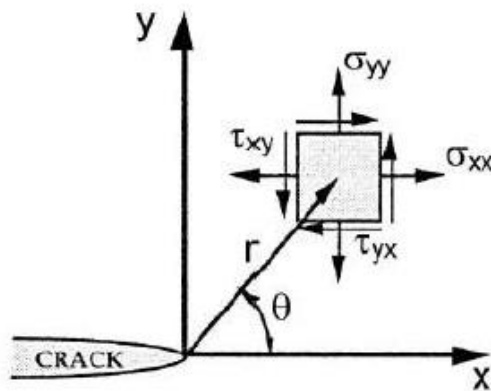
Prípadoch, v ktorých sa v praxi vyskytujú tieto módy samostatne, je len minimum. Omnoho častejšie sú to práve ich kombinácie. K uvedeným módom sa vzťahuje v úvode kapitoly spomenutá charakteristika – súčiniteľ intenzity napätia, ktorá sa označuje v závislosti na type namáhania K_I , K_{II} , alebo K_{III} . Jej význam spočíva v popise napätosti v okolí čela trhliny a je závislá na niekoľkých parametroch – spôsob a veľkosť zaťaženia, geometria telesa a trhliny [4].

V roku 1939 odvodil dánsky inžinier Westergaard rovnice pre napätia v okolí čela trhliny pre prípad nekonečne veľkého telesa³, namáhaného silou v móde I. Tento prístup popísal v práci [5]. Rovnice odvodzoval za predpokladu lineárneho, izotropného elastického materiálu a stavu rovinnej napätosti.

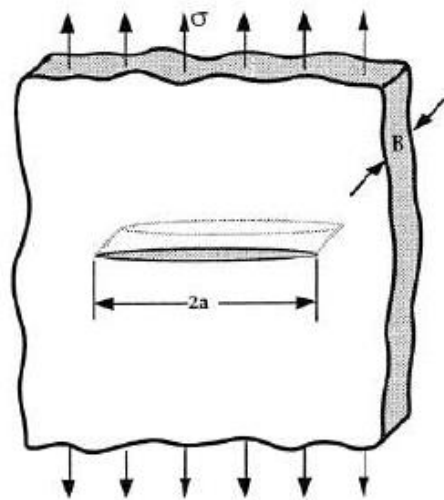
$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (1)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3)$$



Obr. 3: Rozloženie napätia pri čele trhliny [6]



Obr. 4: Centrálna trhlina v nekonečne veľkom telese [6]

V rovine trhliny je uhol θ rovný nule, a preto dostávame rovnice do tvaru:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (4)$$

³ Dĺžka trhliny je podstatne menšia ako šírka telesa.

Ako už ale bolo spomenuté, napätie nie je vhodným parametrom k popisu chovania trhliny pri jej korení, čo však neplatí pre súčiniteľ intenzity napätia, definovaný pre mód I americkým vedcom G. R. Irwinom nasledujúcim vzťahom:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \cdot \sigma_y(r, 0) \quad (5)$$

V prípade ťahanej steny pre jednoosú, alebo dvojosú napätosť v nekonečne dostávame:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad [MPa \cdot m^{1/2}] \quad (6)$$

Súčiniteľ intenzity napätia teda charakterizuje amplitúdu singularity v oblasti čela trhliny. Nie je pritom závislý na r a θ , dokonca ani na elastických konštantách E a μ . Vždy je však závislý na nominálnom napätí a odmocnine dĺžky trhliny. Sú mu podmienené všetky deformácie a napätia v blízkosti čela trhliny, ktoré sa menia v závislosti na ňom. Pre jeho výpočet je možné použitie princípu superpozície vďaka skutočnosti, že je v pružnej oblasti táto veličina závislá na napätí lineárne [2]. Ak je teleso vystavené pôsobeniu systému síl $F^{(1)}, F^{(2)}, F^{(3)}, \dots, F^{(N)}$ je možné použitie nasledujúceho vzťahu (platí analogicky aj pre K_{II} a K_{III}):

$$K_I = K_I^{(1)} + K_I^{(2)} + K_I^{(3)} + \dots + K_I^{(N)} \quad (7)$$

Existuje celá rada metód, používaných pre stanovenie súčiniteľa intenzity napätia pre konkrétny tvar a veľkosť telesa, jeho zaťaženie, charakter, veľkosť a polohu trhliny. Je však treba podotknúť, že nie všetky z nich sú vhodné a použiteľné pre celú radu možných typov zadania. K dispozícii sú teda metódy:

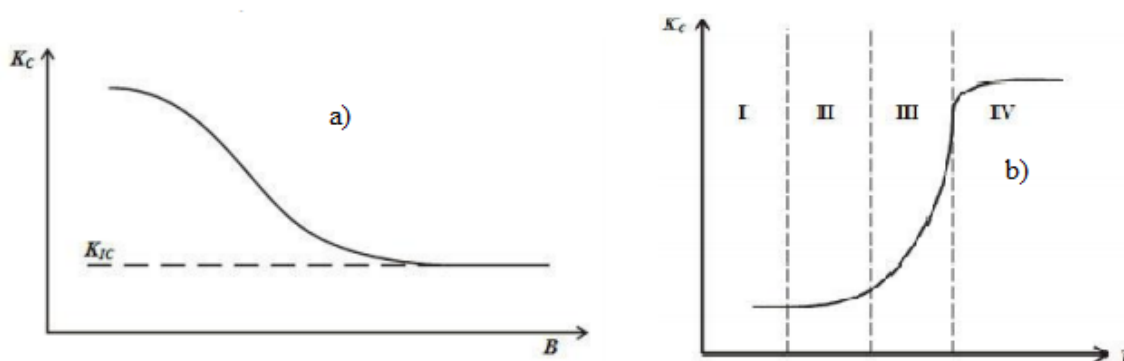
- Analytické – historicky najstaršie metódy, obmedzené len na jednoduchšie prípady, a to najmä na rovinné úlohy. Niektoré priestorové úlohy je možné zavedením určitých zjednodušujúcich predpokladov zredukovať na úlohy rovinné
- Numerické – v súčasnej dobe vďaka rozvoju výpočtovej techniky výrazne prevláda metóda konečných prvkov (MKP), voľba metódy sa uplatňuje s ohľadom najmä na dve hľadiská, a tými sú presnosť výsledku a výpočtové možnosti, ktorými disponujeme
- Experimentálne – patria vedľa numerických metód k ďalším vhodným zástupcom určovania súčiniteľa intenzity napätia v prípade zložitejších konštrukcií, azda najvýznamnejšou je v rámci tejto skupiny fotoelasticimetrická metóda, použiteľná pre 2D aj 3D úlohy
- Inžinierske – určovanie súčiniteľa intenzity napätia na základe predchádzajúcich známych metód, a to z aproximovaných analytických výrazov, prípadne tabuliek [2]

4.3 LOMOVÁ HÚŽEVNATOSŤ

Vo všeobecnosti rozumieme pod pojmom lomovej húževnatosti odpor materiálu voči iniciácii a rastu trhliny. Daná charakteristika môže byť popísaná buďto len jedinou hodnotou náležitého parametra, ktorý vyjadruje húževnatosť, ako napríklad K_{IC} , δ_C , alebo J_{IC} , alebo taktiež pomocou závislosti určitého parametra na prírastku dĺžky trhliny [2].

Lomová húževnatosť je ovplyvňovaná celou radou faktorov, no medzi najvýznamnejšie môžeme zaradiť najmä teplotu, geometriu materiálu (obr. 5), rýchlosť deformácie, constraint⁴ a vplyv okolitého pracovného prostredia. V prípade krátkych trhlín môže dôjsť k značnému narušeniu predpokladov, z ktorých vychádza táto koncepcia, pretože sa vyznačujú rýchlym nárastom veľkosti plastickej zóny. Z toho dôvodu je v prípade nesplnenia nasledujúcej podmienky pre dĺžku trhliny odporúčané pri posudzovaní takéhoto prípadu použitie dvojparametrovej lomovej mechaniky:

$$a \geq 2,5 \left(\frac{K_{IC}}{Re} \right)^2 \quad (8)$$



Obr. 5: Závislosť lomovej húževnatosti na a) hrúbke, b) teplote [9]

4.4 KONCEPCIA HNACEJ SILY TRHLINY

Táto koncepcia vznikla na základe Griffithovho kritéria, na ktoré bezprostredne nadväzuje. V roku 1956 bol Irwinom navrhnutý energetický prístup, ktorého podstata bola podobná Griffithovmu modelu, ale Irwinov prístup bol v podstatne jednoduchšie aplikovateľnej forme pri riešení inžinierskych problémov. Definoval veličinu G s názvom rýchlosť uvoľňovania energie. Tá vyjadrovala množstvo energie potrebnej k inkrementálnemu prírastku trhliny [6].

$$G = - \frac{dW_{el}}{dA} \quad (9)$$

⁴ Pojem súvisí so zmršťovaním materiálu v blízkosti čela trhliny, v dôsledku vysokého napätia, pôsobiaceho kolmo na rovinu trhliny. V našej literatúre termín zatiaľ nenašiel blízky ekvivalent, preto sa nezvykne prekladať, ale niekedy sa môžeme stretnúť s označením „stiesnenie deformácie“.

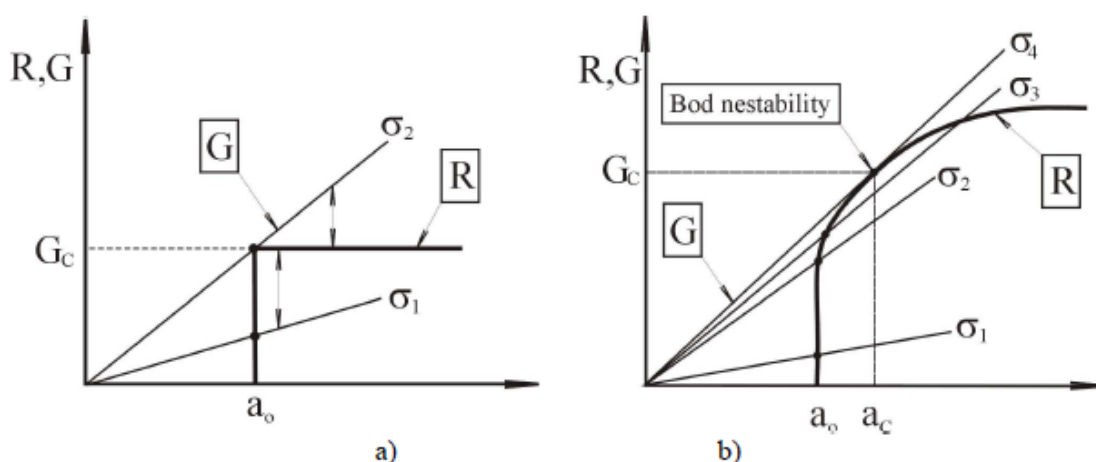
Pojem *rýchlost*, použitý v tomto kontexte, nevyjadroval rýchlosť podľa štandardnej definície ako deriváciu polohy podľa času, ale znamenal rýchlosť, akou sa mení potenciálna energia danej sústavy vo vzťahu k rastu lomovej plochy. Veličinu G ďalej môžeme nazývať hnacou silou trhliny vďaka skutočnosti, že je získaná ako derivácia energie, čo značí jej silový charakter [6].

$$G = -\frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad (10)$$

Podmienkou šírenia trhliny potom bude dosiahnutie určitej kritickej hodnoty:

$$G_c = R = -\frac{dW_s}{dA} = 2w_f \quad (11)$$

Iniciácia trhliny teda nastáva v momente, kedy $G = 2w_f$, šírenie trhliny však môže byť stabilné, alebo nestabilné. To závisí na spôsobe, akým sa G a w_f menia s rôznou veľkosťou trhliny. Veličina $2w_f$ sa pre lepšiu ilustráciu podmienok stabilného a nestabilného šírenia trhliny nahrádza charakteristikou R . Jej závislosť na dĺžke trhliny sa potom všeobecne označuje ako R -krivka [6]. Na obr. 6 sú znázornené tieto priebehy pre dve rozdielne materiálové chovania pre nekonečnú ťahanú stenu s centrálnou trhlinou.



Obr. 6: R -krivky [2]

V prvom prípade (obr. 6 a) vidíme konštantný odpor voči šíreniu trhliny, nezávislý na jej prírastku, čo platí pre ideálne krehké materiály. Taktiež sa tomu blížia niektoré prípady, kedy je možné hovoriť v oblasti čela trhliny o stave rovinnej deformácie, ako napríklad u steny s veľkou hrúbkou. Trhlina ostáva stabilná a nedochádza k jej zväčšeniu, keď zaťaženie odpovedá namáhaniu σ_1 . Naproti tomu v prípade pôsobenia napätia σ_2 dochádza k iniciácii nestabilného rastu. Druhý prípad (obr. 6 b), charakteristický pre väčšie plastifikácie pri čele trhliny, alebo prípady rovinnej napätosti, sa vyznačuje vzrastajúcim charakterom odporu voči rastu trhliny. Stabilný rast nastáva až v momente, kedy hnacia sila trhliny dosiahne určitú prahovú hodnotu. Pri napätí σ_2 je nárast trhliny malý, avšak má stabilný charakter vďaka tomu, že $G = R$ a zároveň platí:

$$\frac{dG}{da} \leq \frac{dR}{da} \quad (12)$$

Stabilný rast sa odohráva aj v prípade napätia σ_3 . Iná situácia však nastane pri napätí σ_4 , kde je priamka popisujúca hnaciu silu trhliny dotyčnicou ku krivke vyjadrujúcej odpor materiálu voči šíreniu trhliny. Dochádza k nestabilnému rastu a platí:

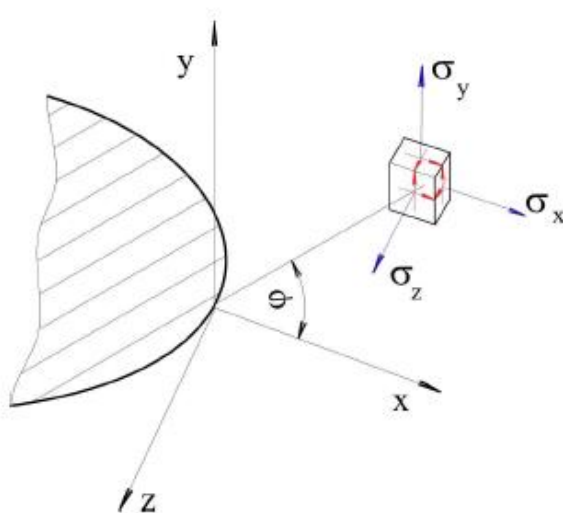
$$\frac{dG}{da} > \frac{dR}{da} \quad (13)$$

V tomto prípade nie je húževnatosť materiálu G_C jednoznačne definovaná, v dôsledku závislosti nestability nie len na priebehu $R - a$, ale aj na priebehu $G - a$ [2]. Ďalšie informácie k danej problematike je možné nájsť v [18].

4.5 KONCEPCIA HUSTOTY DEFORMAČNEJ ENERGIE

V kapitole 3.2 boli popísané tri módy namáhania a bola spomenutá skutočnosť, že v praxi sa tieto módy vyskytujú samostatne len veľmi zriedkavo. Takmer vždy sa jedná o ich kombináciu. V zmienenej kapitole bola tiež popísaná koncepcia súčiniteľa intenzity napätia, ktorá vychádza z predpokladu, že iniciovaná trhlina bude rásť v smere totožnom so smerom pôvodnej trhliny, a to vo všetkých troch základných spôsoboch namáhania. To sa však dá predpokladať len v prípade laboratórnych vzoriek, ktoré sú upravené tak, aby spĺňali túto vlastnosť. Z toho dôvodu bolo určenie smeru šírenia trhliny pomocou koncepcie súčiniteľa intenzity napätia problematické.

Kvalitatívnu zmenu preto v tomto smere znamenalo až vypracovanie koncepcie hustoty deformačnej energie, o ktorú sa zaslúžil americký profesor George C. Sih (1973) [19]. Táto koncepcia dovoľovala nielen určenie podmienok ku iniciácii nestabilného rastu, ale aj stanovenie smeru, v ktorom sa táto trhlina bude šíriť.



Obr. 7: všeobecne zaťažené teleso [2]

Začiatok súradnicového systému sa nachádza vo všeobecnom bode na obryse trhliny. x – ová os leží v smere normály k danému obrysu a os y je kolmá na rovinu trhliny. Zložky tenzoru napätia sú pre prípad rovinnej deformácie, za uváženia princípu superpozície a súčiniteľov intenzity napätia podľa Siha k_1 , k_2 , k_3 , definované nasledovne:

$$\sigma_x = \frac{k_1}{\sqrt{2r}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \left(1 - \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{3\varphi}{2}\right) - \frac{k_2}{\sqrt{2r}} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \left(2 + \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{3\varphi}{2}\right) \quad (14)$$

$$\sigma_y = \frac{k_1}{\sqrt{2r}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \left(1 + \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{3\varphi}{2}\right) + \frac{k_2}{\sqrt{2r}} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{3\varphi}{2} \quad (15)$$

$$\sigma_z = 2\mu \frac{k_1}{\sqrt{2r}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} - 2\mu \frac{k_2}{\sqrt{2r}} \sin \frac{\varphi}{2} \quad (16)$$

$$\tau_{xy} = \frac{k_1}{\sqrt{2r}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{3\varphi}{2} + \frac{k_2}{\sqrt{2r}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \left(1 - \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{3\varphi}{2}\right) \quad (17)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{k_3}{\sqrt{2r}} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \quad (18)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{k_3}{\sqrt{2r}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \quad (19)$$

Vo všeobecnej teórii pružnosti sa zaviedol termín objemovej hustoty deformačnej energie, alebo tiež mernej elastickej energie napätosti, ktorá sa akumuluje v objeme elementárneho prvku:

$$\lambda = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\mu}{E} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z) + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \quad (20)$$

kde E a G sú moduly pružnosti v ťahu a šmyku. Z predchádzajúcej rovnice dostaneme po dosadení a následnej úprave:

$$\lambda = \frac{1}{r} (a_{11}k_1^2 + 2a_{12}k_1k_2 + a_{22}k_2^2 + a_{33}k_3^2) = \frac{S}{r} \quad (21)$$

kde parameter S označuje súčiniteľ hustoty deformačnej energie a je možné ho interpretovať ako amplitúdu poľa hustoty deformačnej energie, ktorá sa mení s polohovým uhlom φ . V prípade, že budeme uvažovať potenciálnu energiu vonkajších síl pre lineárne elasticke teleso ako

$$L = -2W \quad (22)$$

tak bude celková potenciálna energia sústavy

$$\Pi = -W \quad (23)$$

a potom

$$\lambda = \frac{dW}{dV} = -\frac{d\Pi}{dV} \quad (24)$$

alebo tiež

$$\frac{d\Pi}{dV} = -\frac{dW}{dV} = -\lambda = -\frac{S}{r} \quad (25)$$

Sih založil túto koncepciu na dvoch hypotézach:

1. Šírenie trhliny sa odohráva v smere maximálnej hustoty celkovej potenciálnej energie, alebo tiež v smere naopak minimálnej hustoty deformačnej energie. Tento smer je určený nasledujúcimi podmienkami:

$$\frac{\partial S}{\partial \varphi} = 0 \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2} > 0 \text{ pre } \varphi = \varphi_0 \quad (26)$$

2. V okamihu nestabilného šírenia rozhoduje kritická hodnota súčiniteľa hustoty deformačnej energie, charakterizujúca odpor materiálu voči šíreniu trhliny

$$S_{c,min} = konst. = S(k_1, k_2, k_3) \text{ pre } \varphi = \varphi_0 \quad (27)$$

Predložená koncepcia teda nevyžaduje žiadne iné predpoklady o smere, v ktorom sa bude daná trhlina šíriť. Táto skutočnosť odstraňuje problémy, ktoré súviseli s komplikovanejšími prípadmi zaťaženia. Dá sa teda predpokladať, že akékoľvek ďalšie lomové kritériá, ktoré sú založené len na jednom parametre, nebudú postačujúce pre popis prípadov s kombinovaným spôsobom namáhania [2].

4.6 SUBKRITICKÝ RAST

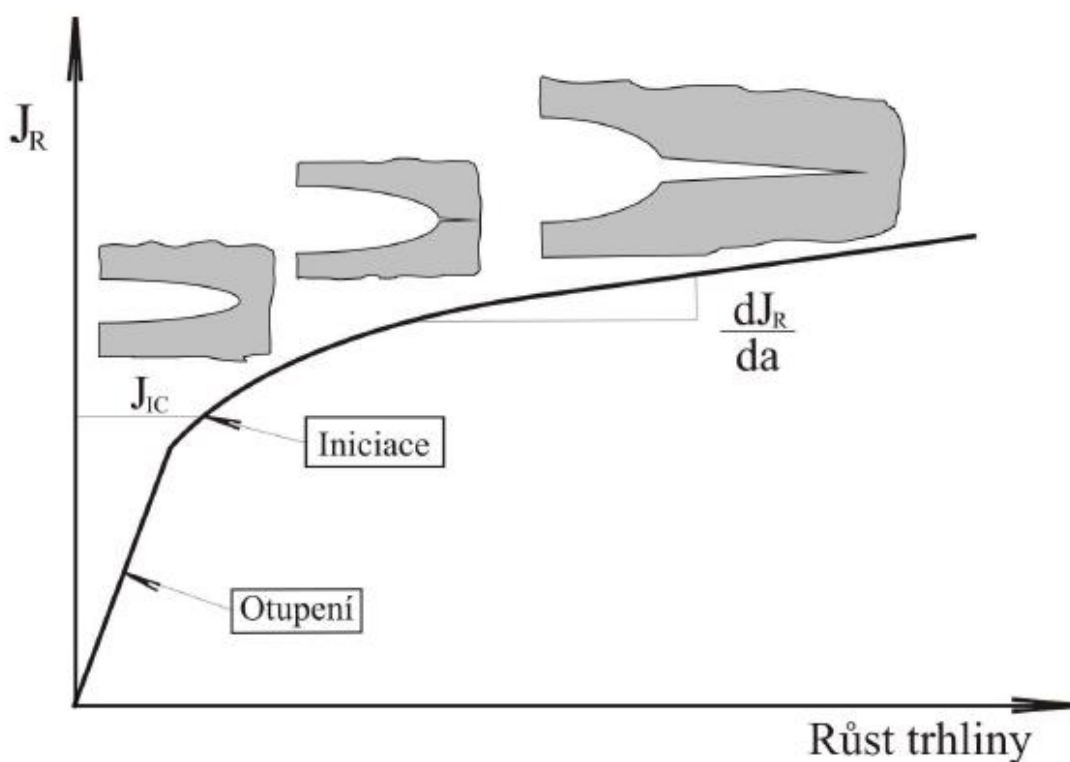
V podkapitole 4.2 bol vysvetlený princíp koncepcie súčiniteľa intenzity napätia, v ktorej sa vychádza z predpokladu, že trhlina sa začína šíriť v prípade, kedy hodnota súčiniteľa intenzity napätia K_I prekročí hodnotu materiállovej charakteristiky lomovej húževnatosti K_{IC} . Existuje však ďalší mechanizmus šírenia trhliny, kedy je táto trhlina schopná rastu aj pri hodnotách súčiniteľa intenzity napätia K_I menších ako je lomová húževnatosť K_{IC} , v dôsledku okolitých vplyvov. Je to časovo závislý mechanizmus šírenia trhliny, ktorý môžeme na základe prevádzkových podmienok rozdeliť do troch základných skupín:

- únavový rast trhlín – v dôsledku pôsobenia striedavých napätí, vyššie teploty a korózne prostredie v tomto prípade nie sú podmienkou, ale prispievajú k urýchleniu tohto procesu;
- korózný rast trhlín – tento jav je možné pozorovať aj pri statickom zaťažení telesa s trhlinou, podmienkou je však dostatočne agresívne prostredie;
- creepový rast trhlín – dochádza k nemu pri statickom zaťažení telesa s trhlinou pri vysokých teplotách, platí to isté čo v prípade únavového rastu trhlín, tzn. korózne prostredie nie je podmienkou, ale proces urýchľuje [2];

Je pochopiteľné, že okrem uvedených základných typov subkritického rastu existujú aj ďalšie, ktoré sú dané superpozíciou uvedených typov. V praxi je veľmi bežným prípadom napríklad šírenie trhlín v koróznom prostredí pri pôsobení statickej aj cyklickej zložky zaťaženia, takže sa vlastne jedná o kombináciu únavového a korozívneho rastu trhlín. V niektorých prípadoch môže dokonca dochádzať ku kombinácii všetkých troch uvedených základných typov subkritického rastu – teleso bude vystavené pôsobeniu vysokých teplôt v koróznom prostredí a pri všeobecnom priebehu zaťaženia [2].

Etapy subkritického rastu je možné rozdeliť do troch oblastí:

- etapa iniciácie – podľa okolností sa pri tvárnej iniciácii môže pri koreni trhliny vyskytnúť malá plastická zóna (oblasť LELM – proces sa zvykne popisovať R-krivkami) alebo veľká plastická zóna (oblasť EPLM – skúšky kritického roztvorenia trhliny, alebo J-integrál)
- etapa rastu – podobne ako v prípade etapy iniciácie je rast subkritického rastu popísaný R-krivkami v oblasti LELM a J_{IR} -krivkami v oblasti EPLM
- etapa lomu [2]



Obr. 8: Etapy subkritického rastu [2].

Preukázanie stability rastu trhliny má pri posudzovaní konštrukcie významný vplyv. Už bolo spomenuté, že pre popis subkritického rastu sa používajú R-krivky, prípadne J_{IR} -krivky, čo sú vlastne R-krivky vyjadrené J-integrálom. Práve pri určovaní sklonu J_{IR} -krivky bol zavedený nový bezrozmerný parameter, ktorý sa nazýva modul pomalého rastu trhliny, alebo tiež T-modul a je definovaný nasledovným vzťahom:

$$T_R = \frac{E}{\sigma_0^2} \cdot \frac{dJ_R}{da} \quad (28)$$

Podobne je možné vyjadriť rýchlosť zmeny hnacej sily trhliny pomocou taktiež bezrozmerného parametru, ktorý vyjadruje aplikovaný T-modul:

$$T_{app} = \frac{E}{\sigma_0^2} \cdot \left(\frac{dJ}{da} \right)_{u_T} \quad (29)$$

Potom povieme, že rast trhliny bude stabilný ak bude platiť nerovnosť:

$$\left(\frac{dJ}{da} \right)_{app} < \left(\frac{dJ_R}{da} \right) \quad (30)$$

V prípade nestabilného rastu trhliny bude platiť opačná nerovnosť [2].

Táto práca sa zaoberá štúdiom interakcie trhlín v LTCC materiáloch, pre ktoré je častokrát charakteristické vlhké prostredie. Vo vlhkom prostredí je prirodzene rast trhliny touto vlhkosťou ovplyvňovaný. Konkrétne dochádza k interakcii molekúl vody s namáhaným čelom trhliny, kde reagujú s atómami v tomto čele, pretože čelo trhliny urýchľuje vlhkosť a dochádza k difúzii od povrchu trhliny až k jej čelu. Následne na to sa oslabené väzby rozbijú, čo spôsobí rast trhliny [7].

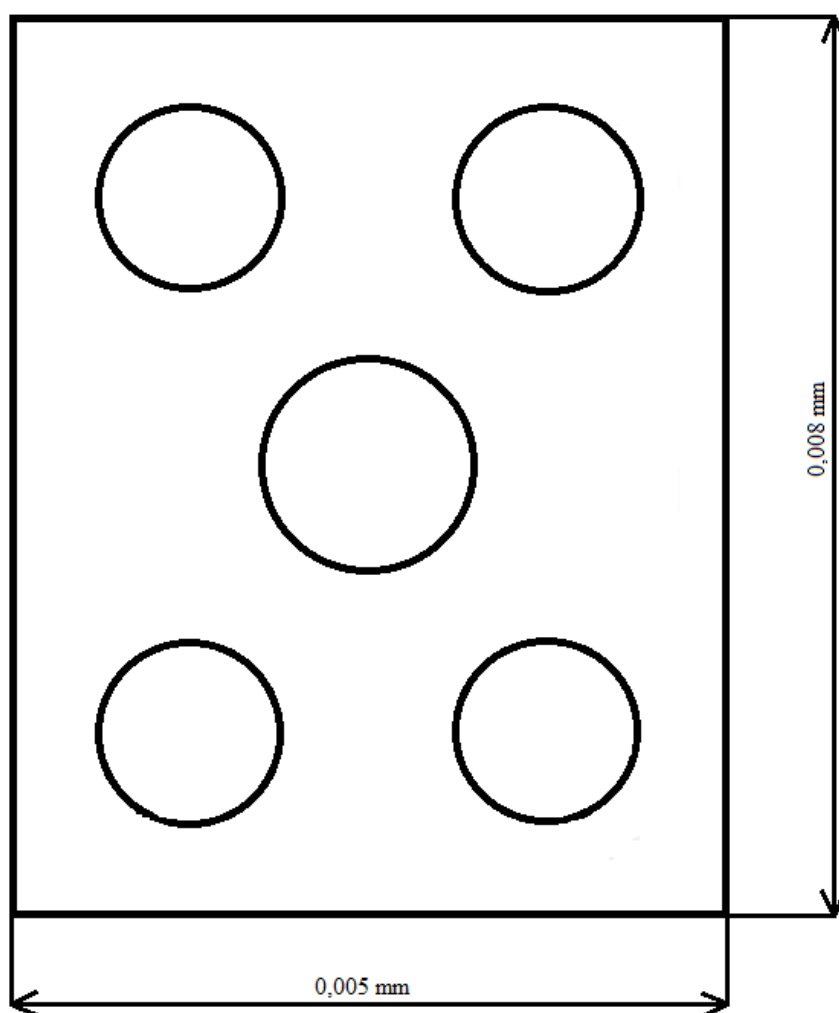
Pre LTCC materiály bolo v [8] zistené, že medzná hodnota súčiniteľa intenzity napätia K_I v čele trhliny musela byť aspoň $0,24 - 0,27 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$, aby došlo k subkritickému rastu trhliny, z ktorého sa potom následne stáva nestabilný rast v prípade, že súčiniteľ intenzity napätia K_I prekročí hodnotu lomovej húževnatosti, ktorá je v takomto materiáli rovná $0,79 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$.

5. TVORBA NUMERICKÉHO MODELU

V kapitole 3 bol stanovený výber metódy pre riešenie daného problému, a to pomocou numerického modelovania s využitím MKP v prostredí ANSYS mechanical APDL. V nasledujúcej kapitole bude detailne popísaný postup pri tvorbe modelu používaného na numerické výpočty.

5.1 MODEL GEOMETRIE A MATERIÁLU

Model geometrie použitý pre výpočty bola obdĺžniková vzorka o rozmeroch 0,008x0,005 mm (obr. 9). V nej sa nachádzalo 5 pravidelne usporiadaných častíc o priemeroch 1 μm [11], pričom prostredná častica mala priemer zväčšený o 0,2 μm pre významnejšie ovplyvnenie šírenia trhliny v jej okolí. Objemový podiel častíc v kompozite je 20%.



Obr. 9: Model geometrie

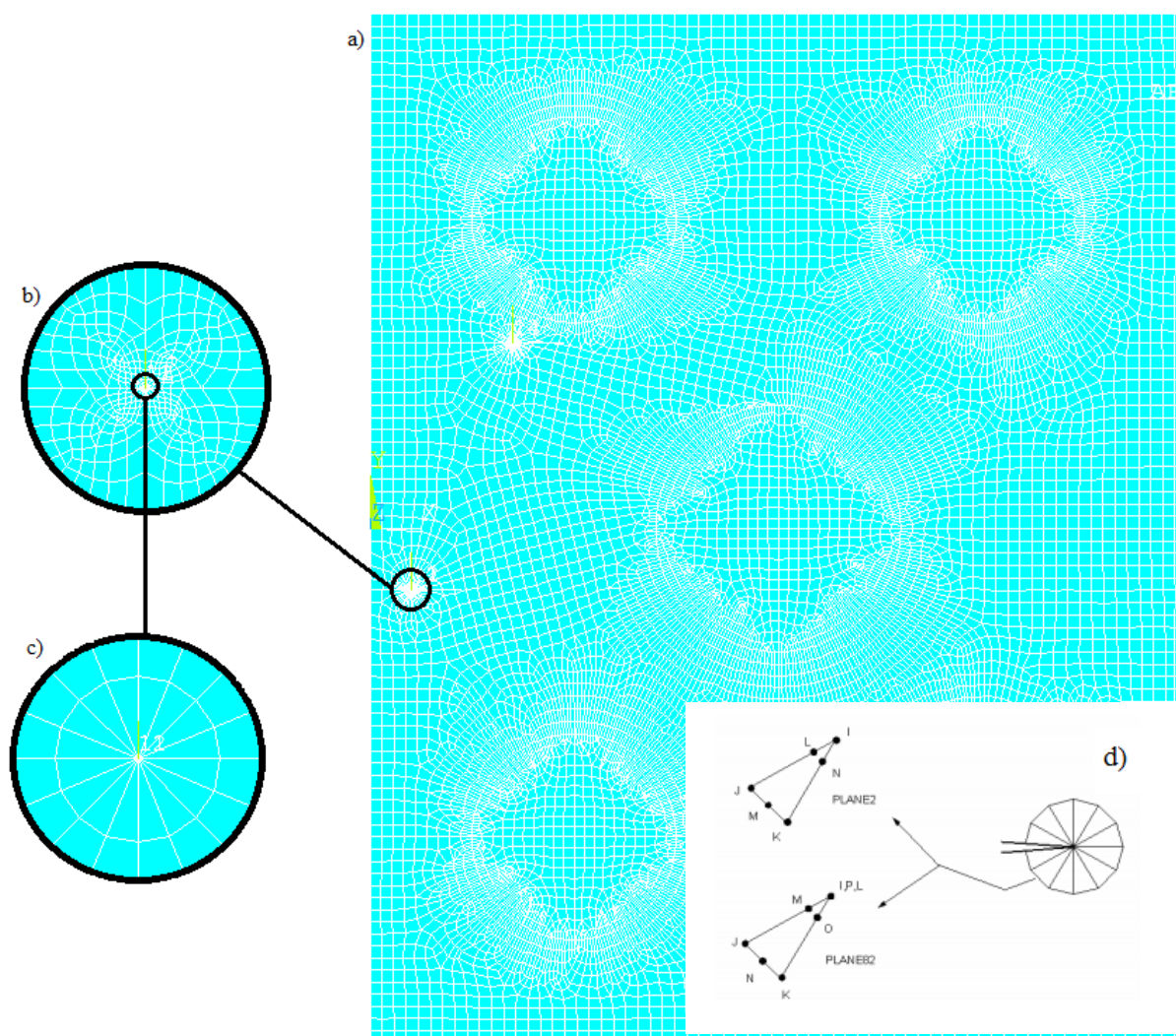
V prípade materiálových vlastností boli zadávané charakteristiky časticového kompozitu LTCC. Youngov modul pružnosti v ťahu pre matricu bol 70000 MPa a pre častice 300000 MPa. Poissonov pomer bol pre matricu 0,17 a pre častice 0,29 [10].

5.2 DISKRETIZÁCIA

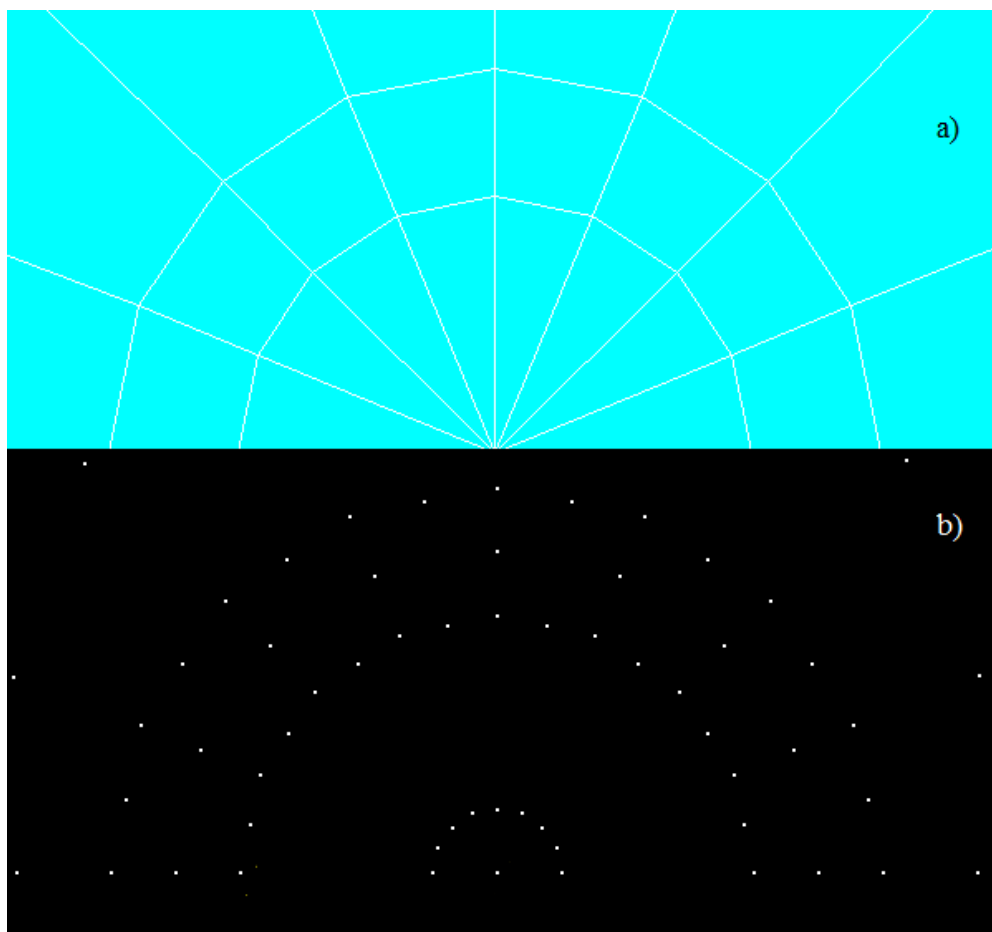
Dôležitým aspektom pri dosahovaní dôveryhodných výsledkov je vhodná voľba siete. V prípade numerického modelovania pomocou MKP problémov súvisiacich s lomovou mechanikou má veľkosť siete najväčší vplyv v oblasti okolia čela trhliny. Preto je nutné túto oblasť siete výrazne zjemniť. V našom prípade bol použitý aj príkaz kscon [13], ktorého funkciou je vytvorenie singulárnych elementov okolo zvoleného bodu a jeho zápis je nasledovný (vid' obr. 10):

KSCON, NPT, DELR, KCTIP, NTHET, RRAT,

kde NPT je číslo keypointu vo vrchole trhliny, $DEL R$ je polomer prvej rady elementov, $KCTIP$ je posunutie stredového uzla (vid' obr. 11), $NTHET$ je rozdelenie obvodového uhla a $RRAT$ je pomer veľkosti prvej a druhej rady elementov.



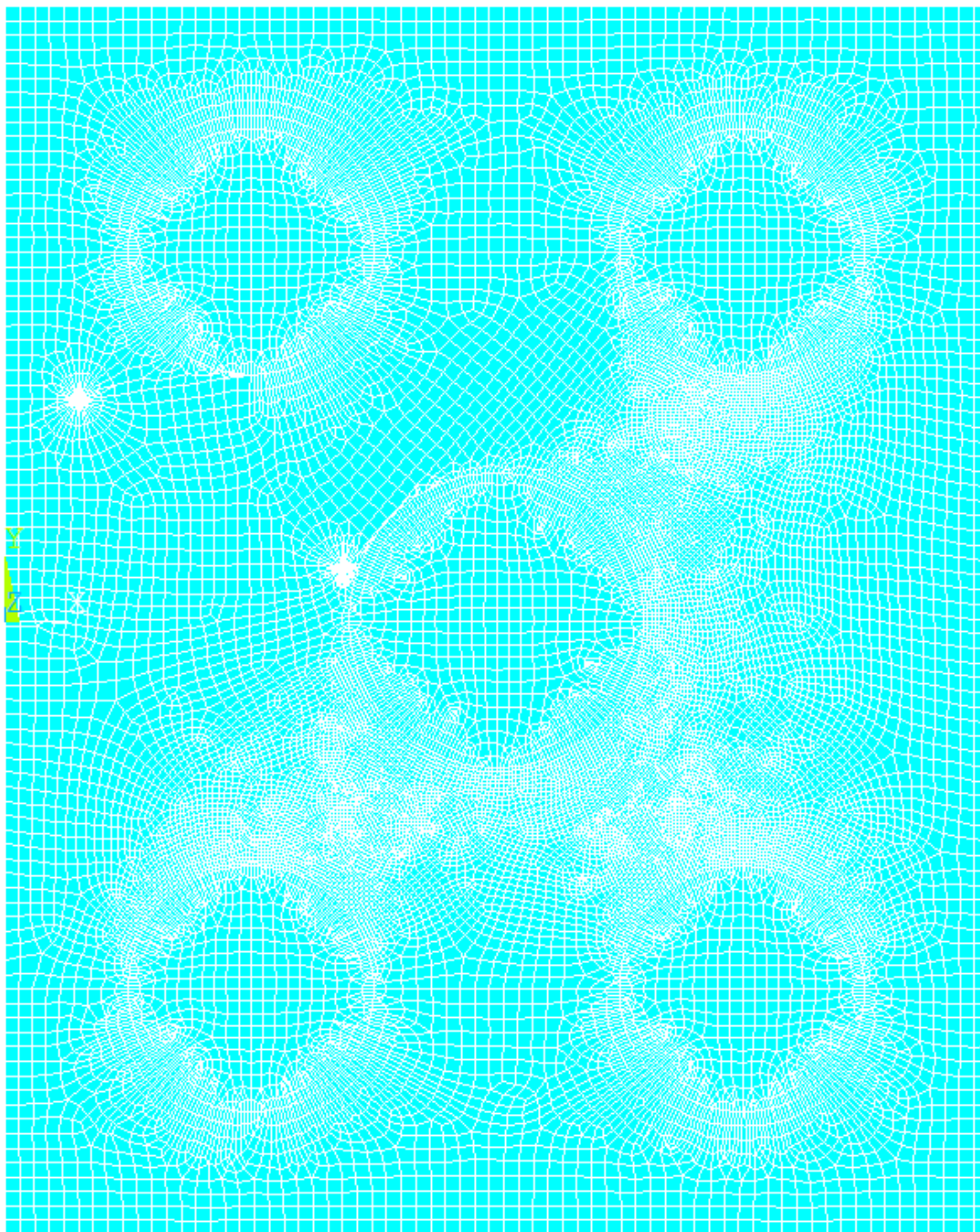
Obr. 10: a) celková sieť, b) detail siete v oblasti okolo čela trhliny, c) detail siete singulárnych elementov pomocou príkazu kscn d) rozmiestnenie uzlov na singulárnych elementoch [3]



Obr. 11: Znáozornenie posunutých uzlov v elementoch na $\frac{1}{4}$ užitím príkazu kscon – a) elementy, b) uzly

Ako už bolo spomenuté, jemná sieť je potrebná najmä v oblasti okolia čela trhliny. Na obr. 10 je vidieť relatívne hrubú sieť matrice, ktorá sa zjemňuje až v blízkosti čela trhliny, rovnako tak môžeme vidieť hrubšiu sieť v časticiach, ktoré predstavujú v materiáli tuhé celky, a preto je dostačujúce zjemnenie siete v okolí ich povrchu, ku ktorému sa trhlina dostane v priebehu výpočtu.

Sieť na obr. 10 je tvorená 14000 elementami. Je nutné dodať, že toto číslo môže byť v niektorých fázach výpočtu pohyblivé, pretože každý ďalší krok, v ktorom sa jedna z trhlín šíri, je niečím špecifický. Obzvlášť v momente, kedy sa trhlina dostáva a šíri v blízkosti častice, kde program automaticky upravuje veľkosti prvkov. V takých prípadoch môže počet elementov významne narásť, ako napríklad na obr. 12, kde sa zvýšil počet elementov až na 23000.



Obr. 12: Zjemnená sieť v dôsledku prítomnosti trhliny v tesnej blízkosti častice

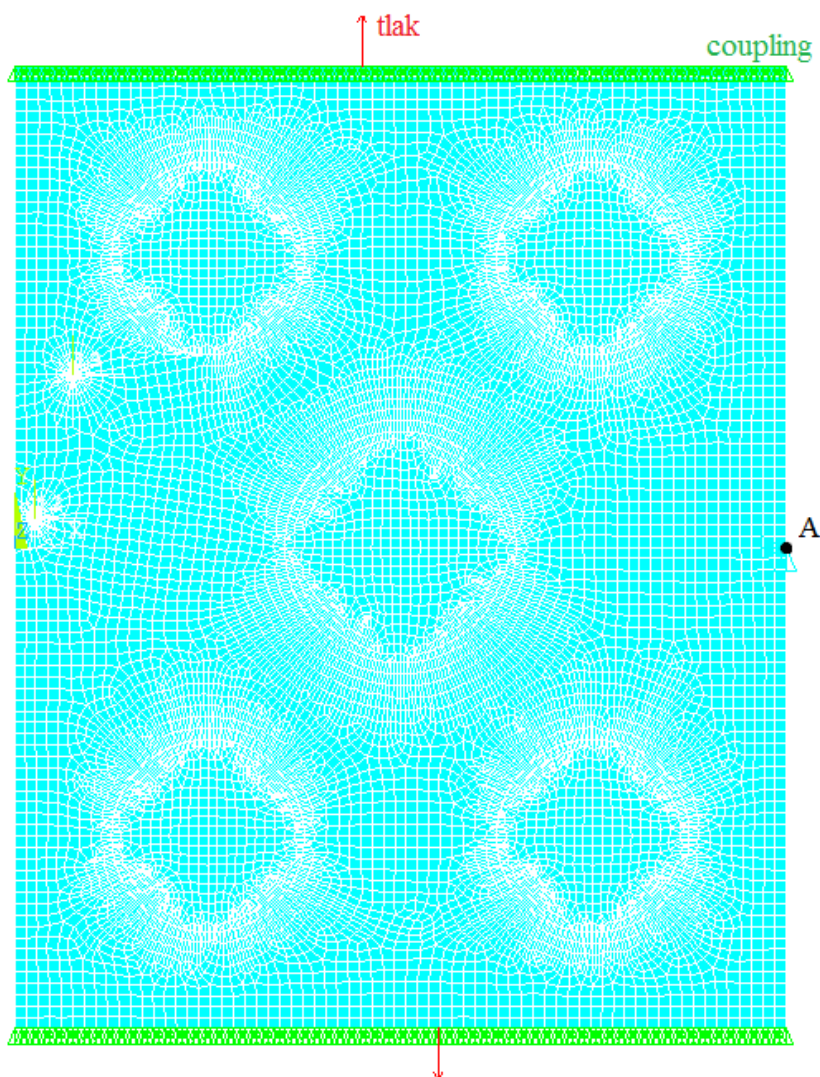
5.3 ZAŤAŽENIE A OKRAJOVÉ PODMIENKY

Okrajové podmienky spolu s tlakovým zaťažením sú nastavené tak, aby simulovali skúšku jednoosým ťahom. To znamená, že vrchná aj spodná hrana vzorky sú zaťažené tlakom o veľkosti 80 až 400 MPa⁵, v bode A je zamedzené x – ovému a y – ovému posuvu (vid' obr. 13). Pre autentickú simuláciu ťahovej skúšky je na hrany zaťažené tlakom použitý coupling⁶. V LTCC materiáloch vznikajú pri výrobe reziduálne napätia v dôsledku chladnutia materiálu

⁵ Špecifické hodnoty tlaku budú bližšie vysvetlené v ďalšej kapitole

⁶ Všetky uzly couplovanej hrany sa budú posúvať rovnako

po vypaľovaní, pričom matrica a častice majú odlišnú teplotnú rozťažnosť. To má za následok, že po ochladení materiálu sa častice zmršťia viac ako matrica, čo vedie k vzniku reziduálnych napätí v okolí častíc. Tie významným spôsobom ovplyvňujú chovanie trhlín, a preto je ich vplyv zahrnutý aj do výpočtu, kde je referenčná teplota zvolená na 850 °C a následne je celý objekt ochladený na 20 °C.

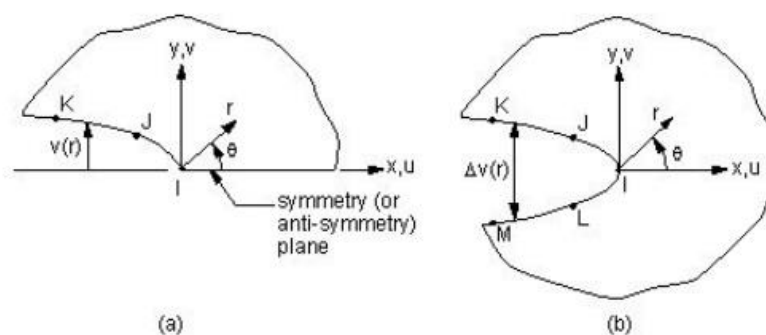


Obr. 13: Okrajové podmienky a zaťaženie

5.4 MECHANIZMUS ŠÍRENIA TRHLINY

Makro použité pre výpočet funguje ako opakujúca sa slučka vytvorená pomocou príkazu *DO. Na základe teoretických poznatkov sa predpokladá, že sa bude šíriť tá trhlina, v ktorej je hodnota súčiniteľa intenzity K_I napätia väčšia [6]. To znamená, že sú v každom kroku spočítané hodnoty súčiniteľov intenzity napätia K_I a K_{II} ⁷ v každej trhlina a následne sú takto určené hodnoty K_I oboch trhlín vzájomne porovnané. Veličiny K_I a K_{II} boli stanovené na základe príkazu kcalc [12] (obr. 14).

⁷ Na základe hodnôt K_{II} bola určovaná orientácia natočenia trhliny do ďalšieho kroku



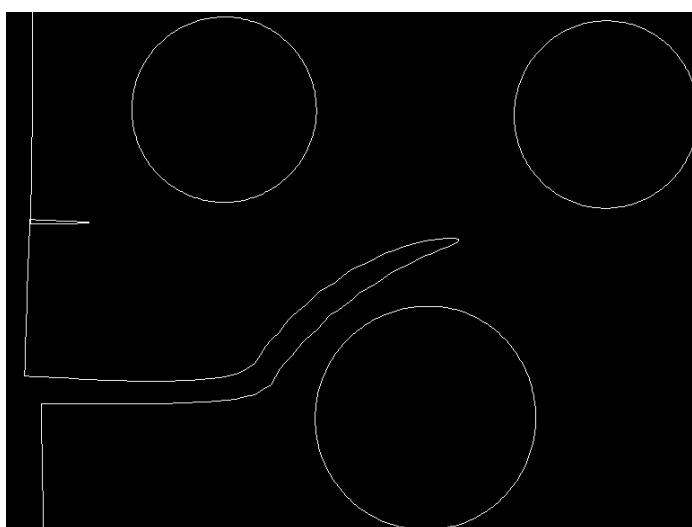
Obr. 14: Znážornenie bodov, vybraných do cesty pre určenie K_I a K_{II} – a) polovičný model s využitím symetrie (3 body), b) plný model (5 bodov) [3]

Funkcia kcalc má v ANSYSe nasledovný zápis:

KCALC, KPLAN, MAT, KCSYM, KLOCPR,

kde parameter KPLAN udáva podmienku rovinnej napätosti alebo rovinnej deformácie, MAT udáva číslo materiálu, KCSYM udáva typ úlohy z hľadiska symetrie (polovičný vs. plný model) a KLOCPR udáva možnosť zobrazenia lokálnych posuvov.

Je treba podotknúť, že v priebehu výpočtov bola zistená špecifická interakcia medzi trhlínami, konkrétne že šírenie jednej spôsobuje uzatváranie druhej⁸ (obr. 15). V prípade keď je trhlina zatvorená je program ANSYS schopný v takejto trhline spočítať hodnoty K_I a K_{II} , avšak tieto hodnoty budú nesprávne. Preto bolo nutné túto skutočnosť ošetriť použitím podmienky vzťahujúcej sa k posuvom vrchnej a spodnej hrany trhliny. Ak posuv uzla vrchnej hrany dosahoval nižšiu hodnotu y-ovej súradnice ako posuv uzla spodnej hrany, bola táto podmienka splnená a nasledovala úprava hodnoty K_I na nulu.



Obr. 15: Šírenie spodnej trhliny spôsobilo uzavretie druhej trhliny (deformovaný tvar – 15x zväčšený)

⁸ Táto interakcia bude detailnejšie popísaná v ďalšej kapitole

Takto spočítané hodnoty charakteristík K_I a K_{II} spolu s uhlami natočenia jednotlivých trhlín a ich dĺžok boli vyhodnocované vďaka zápisu týchto veličín do textového dokumentu (obr. 16), vďaka čomu má užívateľ lepší prehľad o charaktere priebehu výpočtu. To znamená, v ktorom kroku začínajú hodnoty súčiniteľov intenzity napätia rásť, respektíve klesať, kedy sa trhlina šíri nahor alebo nadol, prípadne kedy sa zatvorí, alebo zastaví a začne sa tak šíriť druhá trhlina.

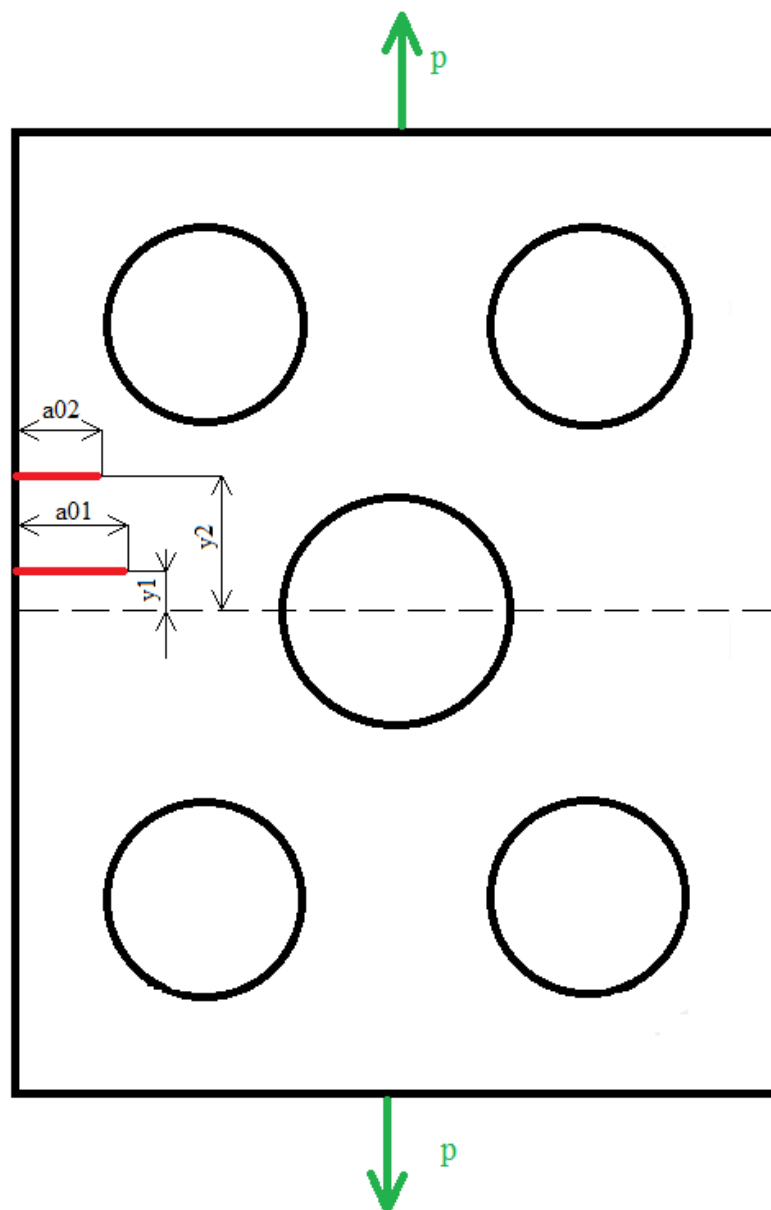
| krok | dĺzka1 | dĺzka2 | K_{I_1} | K_{I_2} | K_{II_1} | K_{II_2} | alfa1 | alfa2 |
|----------|---------|---------|------------|------------|-------------|-------------|-----------|-----------|
| 1.00000 | 0.00020 | 0.00060 | 2.40615 | 3.12377 | -0.03375 | 0.02691 | 0.00000 | -1.39743 |
| 2.00000 | 0.00020 | 0.00070 | 2.27330 | 2.88120 | -0.02252 | 0.06056 | 0.00000 | -2.38445 |
| 3.00000 | 0.00020 | 0.00080 | 2.16151 | 2.36875 | -0.01549 | 0.17955 | 0.00000 | -4.79055 |
| 4.00000 | 0.00020 | 0.00090 | 2.06856 | 1.65583 | -0.00821 | 0.70477 | 0.00000 | -13.36308 |
| 5.00000 | 0.00030 | 0.00090 | 2.56677 | 1.55287 | -0.00709 | 0.65832 | 0.45478 | -13.36308 |
| 6.00000 | 0.00040 | 0.00090 | 3.05219 | 1.41151 | -0.00719 | 0.59967 | 0.77122 | -13.36308 |
| 7.00000 | 0.00050 | 0.00090 | 3.55119 | 1.23052 | -0.00151 | 0.53309 | 1.04134 | -13.36308 |
| 8.00000 | 0.00060 | 0.00090 | 4.05213 | 1.00735 | 0.01058 | 0.46190 | 1.08990 | -13.36308 |
| 9.00000 | 0.00070 | 0.00090 | 4.54116 | 0.74674 | 0.02670 | 0.39299 | 0.79062 | -13.36308 |
| 10.00000 | 0.00080 | 0.00090 | 4.98814 | 0.45435 | 0.05102 | 0.33265 | 0.11701 | -13.36308 |
| 11.00000 | 0.00090 | 0.00090 | 5.35859 | 0.14220 | 0.08700 | 0.28719 | -1.05472 | -13.36308 |
| 12.00000 | 0.00100 | 0.00090 | 5.59647 | 0.00000 | 0.15171 | -0.26180 | -2.91406 | -13.36308 |
| 13.00000 | 0.00110 | 0.00090 | 5.68392 | 0.00000 | 0.27895 | -0.25880 | -6.01521 | -13.36308 |
| 14.00000 | 0.00120 | 0.00090 | 5.71550 | 0.00000 | 0.50972 | -0.27528 | -11.60779 | -13.36308 |
| 15.00000 | 0.00130 | 0.00090 | 6.10750 | 0.00000 | 0.77139 | -0.30480 | -21.64390 | -13.36308 |
| 16.00000 | 0.00140 | 0.00090 | 7.38714 | 0.00000 | 0.35162 | -0.33732 | -35.61299 | -13.36308 |
| 17.00000 | 0.00150 | 0.00090 | 9.03063 | 0.00000 | -0.19699 | -0.37520 | -41.03890 | -13.36308 |
| 18.00000 | 0.00160 | 0.00090 | 10.92268 | 0.00000 | -0.09241 | -0.42505 | -38.54208 | -13.36308 |
| 19.00000 | 0.00170 | 0.00090 | 12.85701 | 0.00000 | -0.47864 | -0.48845 | -37.57280 | -13.36308 |

- zastavenie trhliny číslo 2, začiatok šírenia trhliny číslo 1
- zatvorenie trhliny číslo 2

Obr. 16: Prehľad spočítaných veličín – typický výstup hodnôt

6. ANALÝZA VÝSLEDKOV

V nasledujúcej kapitole budú popísané výsledky rôznych konfigurácií trhlín, ktoré boli vypočítané v priebehu vypracovania tejto diplomovej práce. Na obr. 17 je možné vidieť základné parametre, s ktorými bolo manipulované pri dosahovaní špecifických výsledkov,



Obr. 17: Dôležité parametre

kde:

p je tlak, vďaka ktorému je objekt ťažený [MPa]

$y1$ je posuv trhliny číslo 1 od stredu objektu v smere osi y [mm]

$y2$ je posuv trhliny číslo 2 od stredu objektu v smere osi y [mm]

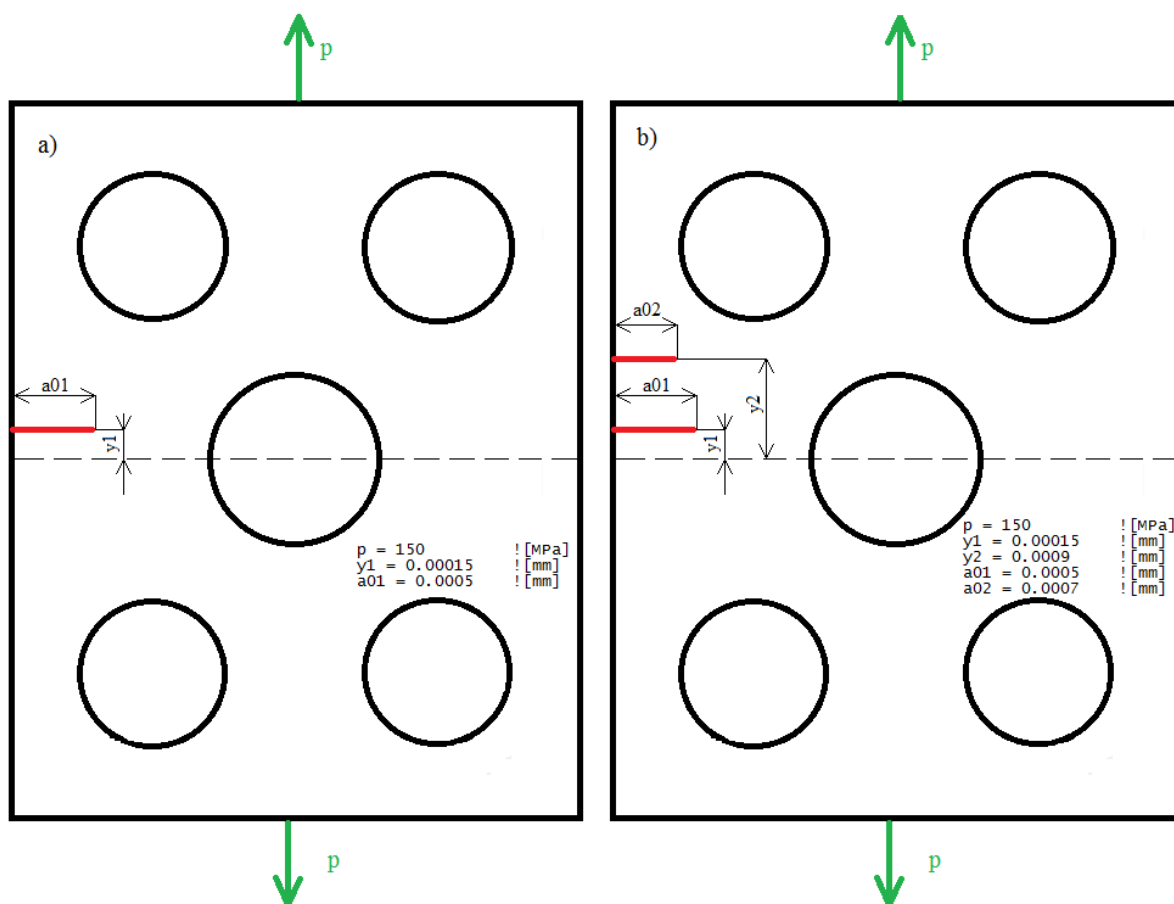
$a01$ je počiatočná dĺžka trhliny číslo 1 [mm]

$a02$ je počiatočná dĺžka trhliny číslo 2 [mm]

Vďaka zmenám týchto niekoľkých parametrov bolo možné dosiahnuť také konfigurácie, ktoré boli určitým spôsobom zaujímavé z hľadiska vzájomnej interakcie dvoch trhlín. Medzi takéto interakcie patrí napríklad problém s uzatváraním jednej trhliny v dôsledku šírenia a otvárania druhej trhliny, šírenie trhliny ponad stredovú časticu, a to aj napriek skutočnosti, že počiatočná poloha trhliny sa nachádza pod stredovou osou objektu, zastavenie trhliny v blízkosti častice a iné. Práve spomenuté interakcie budú obsahom tejto kapitoly.

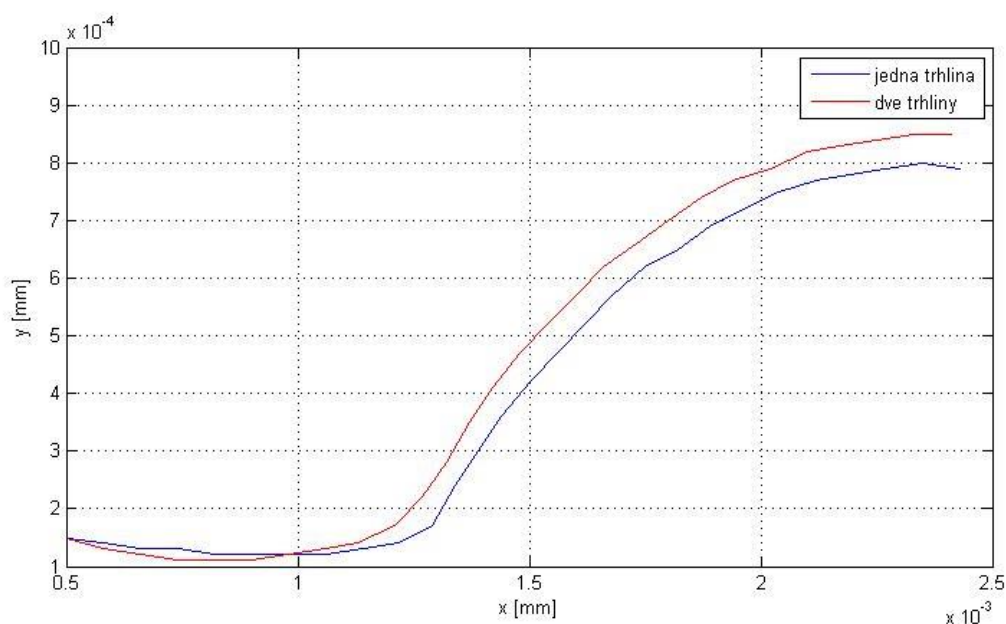
6.1 VPLYV STATICKEJ TRHLINY NA ŠÍRENIE SUSEDNEJ TRHLINY

Táto časť kapitoly bude zameraná na popis rozdielu dvoch prípadov. Konkrétne prípadu, kedy sa v materiáli šíri jediná trhlina bez existencie akejkoľvek ďalšej trhliny a prípadu, kde budú trhliny dve. V oboch prípadoch sa bude šíriť trhlina s rovnakými počiatočnými parametrami (viď obr. 18), tzn. vzdialenosť od stredovej osi objektu, tlak a počiatočná dĺžka budú totožné. V druhom prípade však bude vo výpočte braná do úvahy aj druhá trhlina. Tá sa síce nebude nijakým spôsobom šíriť ani zväčšovať, ale jej samotná existencia spôsobí odlišné chovanie šíriacej sa trhliny.

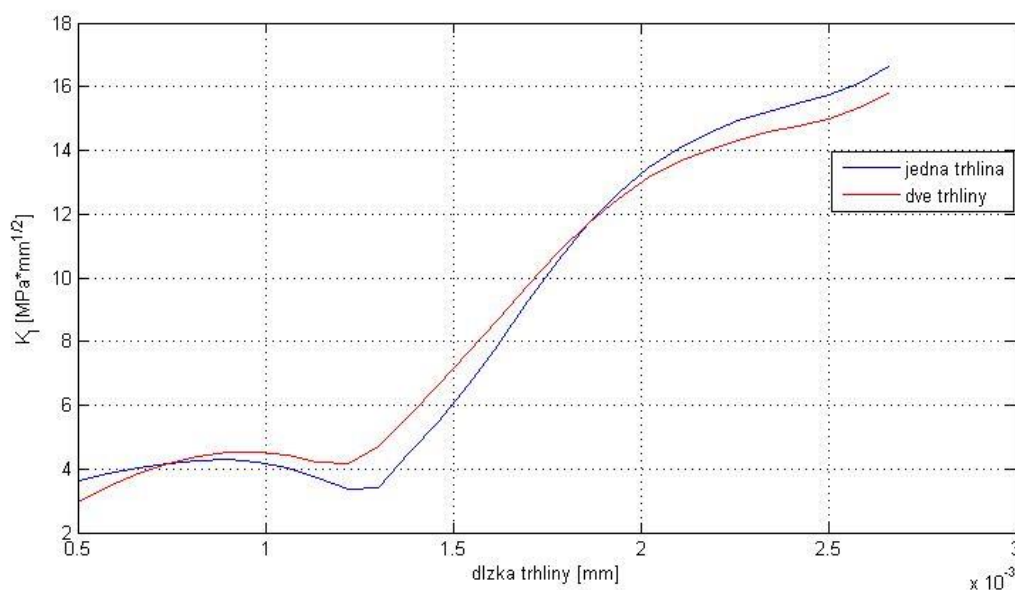


Obr. 18: Počiatočná konfigurácia – a) prípad samostatnej trhliny, b) prípad pre dve trhliny

Takto zadané konfigurácie boli následne spočítané, vyhodnotené a vzájomne porovnávané rozdiely výsledkov. Najskôr boli porovnávané výsledky x –ovej a y –ovej súradnice čela trhliny pre oba prípady (viď obr. 19). V ďalšom kroku bol vyhodnocovaný rozdiel súčiniteľa intenzity napätia K_I v závislosti na dĺžke trhliny (obr. 20).



Obr. 19: Porovnanie súradníc čela trhliny pre prípad so samostatnou trhlinou a pre prípad s dvoma trhlínami

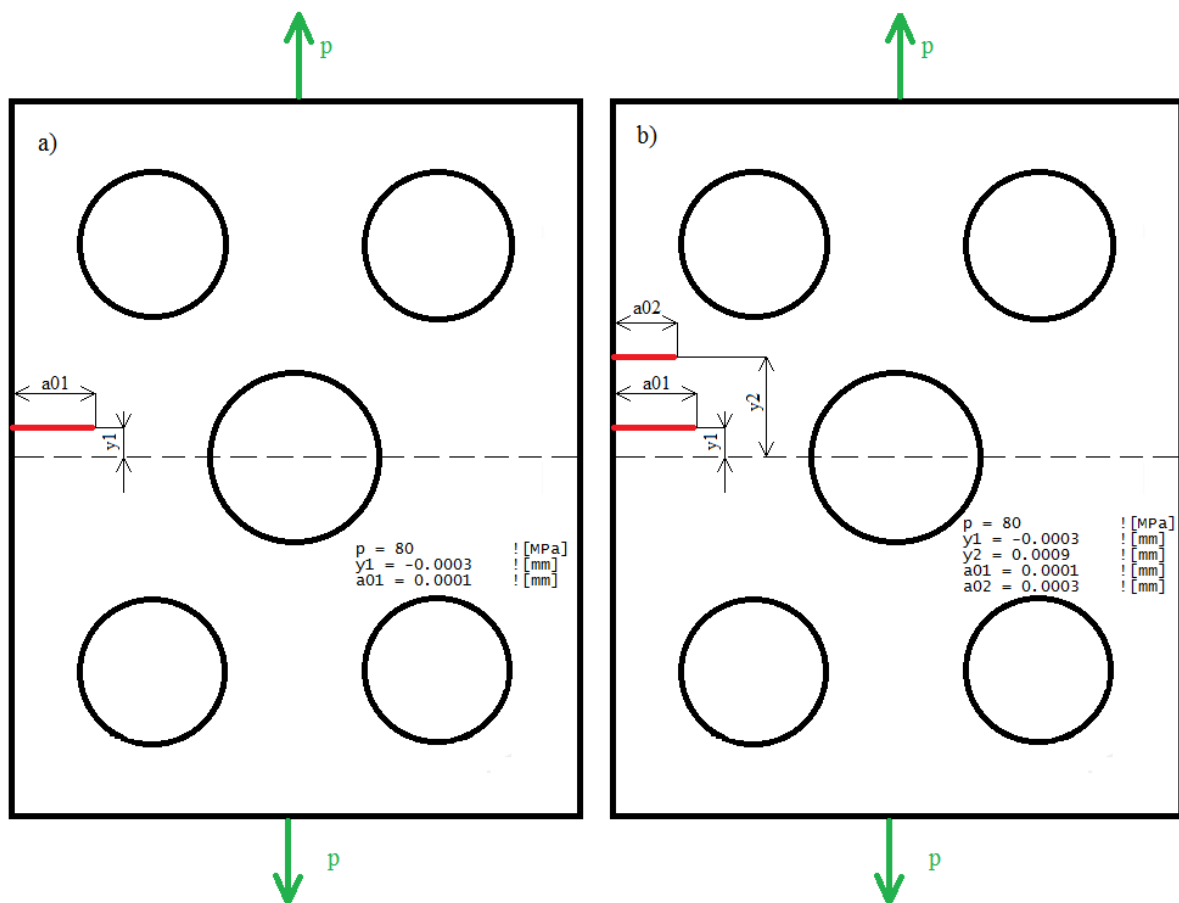


Obr. 20: Porovnanie závislostí súčiniteľov intenzity napätia K_I v závislosti na dĺžke trhliny pre prípad so samostatnou trhlinou a pre prípad s dvoma trhlínami

Z grafov na obrázkoch 19 a 20 môžeme vidieť, že v prípade súradníc čela trhliny je v mieste najväčšieho rozdielu odchýlka medzi jednotlivými prípadmi $0,06 \mu\text{m}$. Čo sa týka rozdielu v súčiniteľoch intenzity napätia K_I , tam je maximálna odchýlka medzi jednotlivými prípadmi až takmer $1,28 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{1/2}$. Aj keď sa tento maximálny rozdiel neukázal až na konci výpočtu, ale približne v jeho strede a ďalej sa potom ešte menil, je treba uznať, že táto hodnota je v danom mieste skutočne významná. Dokazuje, do akej miery má existencia druhej trhliny,

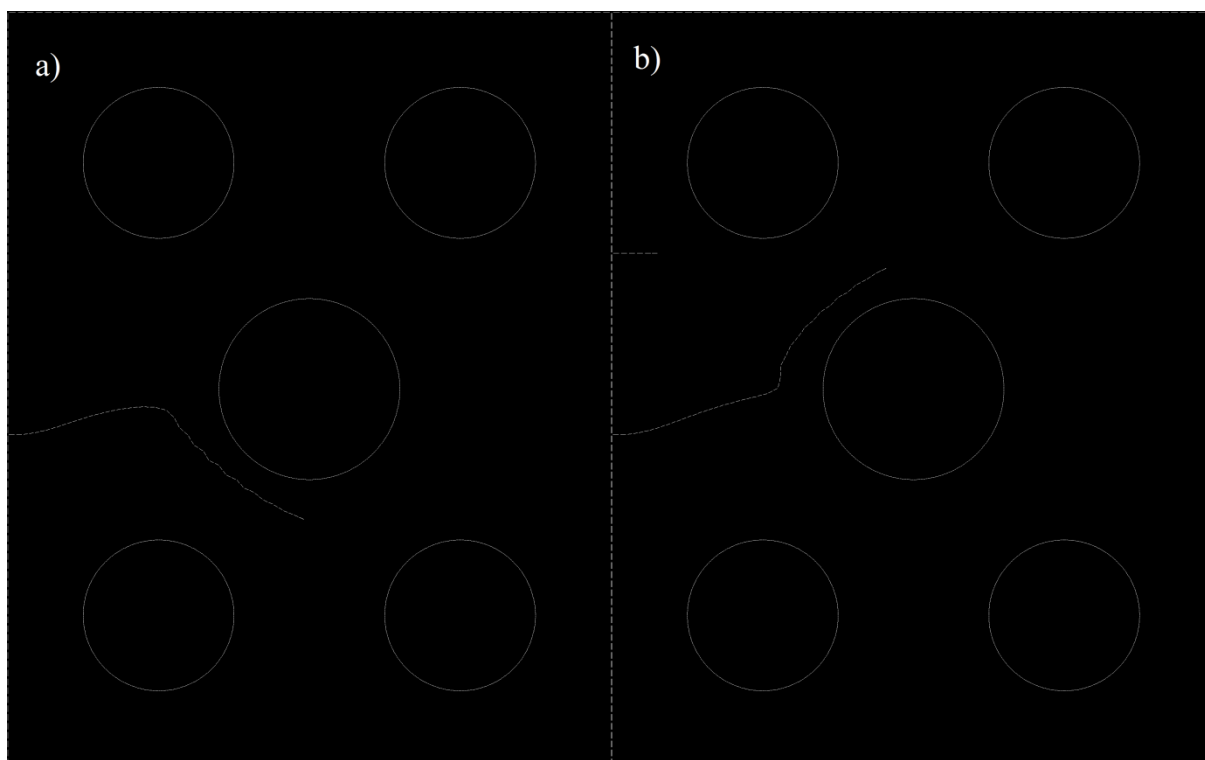
hoci statickej, vplyv na hodnoty súčiniteľa intenzity napätia K_I v šíriacej sa trhline. Rozdiel medzi súradnicami čela trhliny pre oba prípady sa v takejto konfigurácii neukázal byť významný. Avšak naopak tomu bolo pre prípad inej konfigurácie trhlín.

Ďalšou zaujímavou konfiguráciou bol prípad, kde sa počiatok šíriacej trhliny nachádzal pod stredovou osou vzorky. V takejto situácii sa osamelá trhlina bude šíriť podľa predpokladov popod stredovú časticu. Avšak naproti tomu v momente, kedy sa v objekte nachádza druhá statická trhlina, dochádza k značnému ovplyvneniu šírenia prvej trhliny. Počiatočné parametre pre túto konfiguráciu sú znázornené na obr. 21.



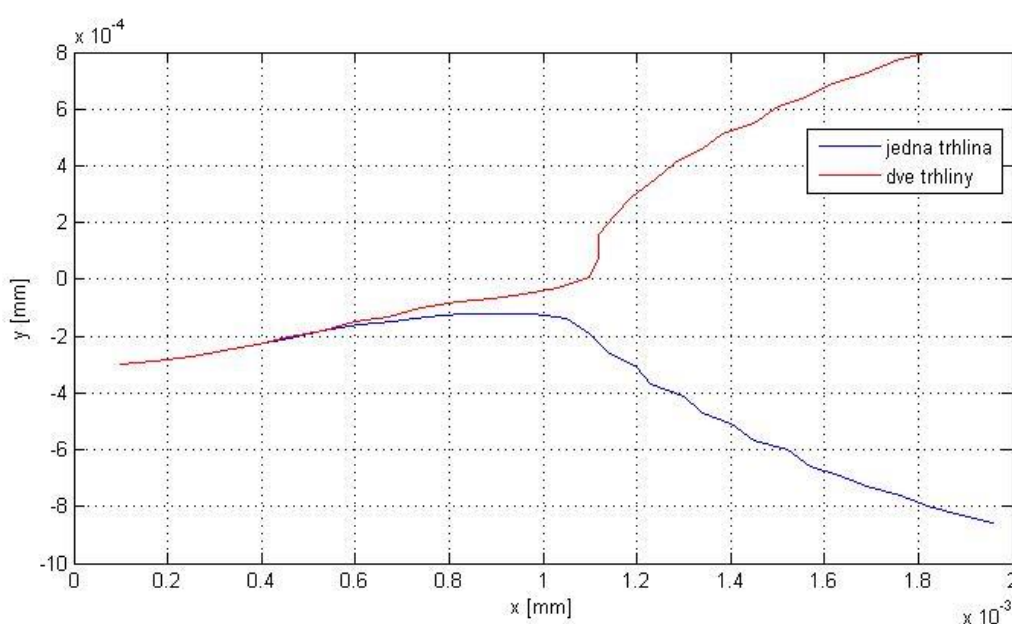
Obr. 21: Počiatočná konfigurácia – a) samostatná trhlina, b) dve trhliny

Pri tejto konfigurácii bol aplikovaný podobný postup ako v prípade prvej konfigurácie. Pri šírení samostatnej trhliny bol priebeh rastu ako už bolo spomenuté presne podľa očakávania popod stredovú časticu. Avšak zaujímavá situácia nastala v druhom prípade, kedy statická trhlina ovplyvnila rast prvej trhliny natoľko, že hoci sa táto šíriaca trhlina nachádzala pod osou vzorky, bola schopná rásť ponad stredovú časticu, kde jej bol kladený najmenší odpor. Porovnanie samotných priebehov rastov trhlín v objekte pre oba prípady je vidieť na obr. 22.

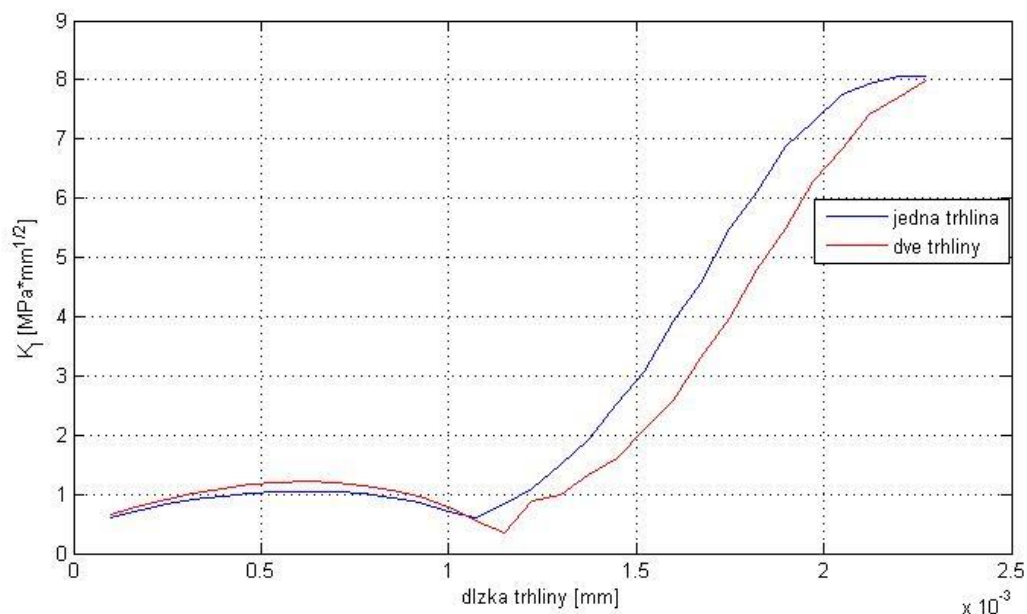


Obr. 22: Šírenie trhlín v materiáli – a) samostatná trhlina, b) dve trhliny

Na obr. 22 a) je zároveň vidieť, akým spôsobom je ovplyvnená samostatná trhlina pôsobením reziduálneho napätia pri ľavej spodnej častici, ktoré udáva trhlina smer nahor. V blízkosti stredovej častice sa však orientácia rastu zvrtné smerom nadol a ďalej sa táto trhlina šíri popod stredovú časticu. To sa však nestane v prípade existencie statickej trhliny, ktorá má za následok, že u šíriacej trhliny v blízkosti stredovej častice k tomuto obratu nedôjde. Ďalej teda boli podobne ako v prípade prvej konfigurácie porovnávané súradnice čela trhliny (obr. 23) a závislosti hodnôt súčiniteľa intenzity napätia K_I na dĺžke trhliny (obr. 24).

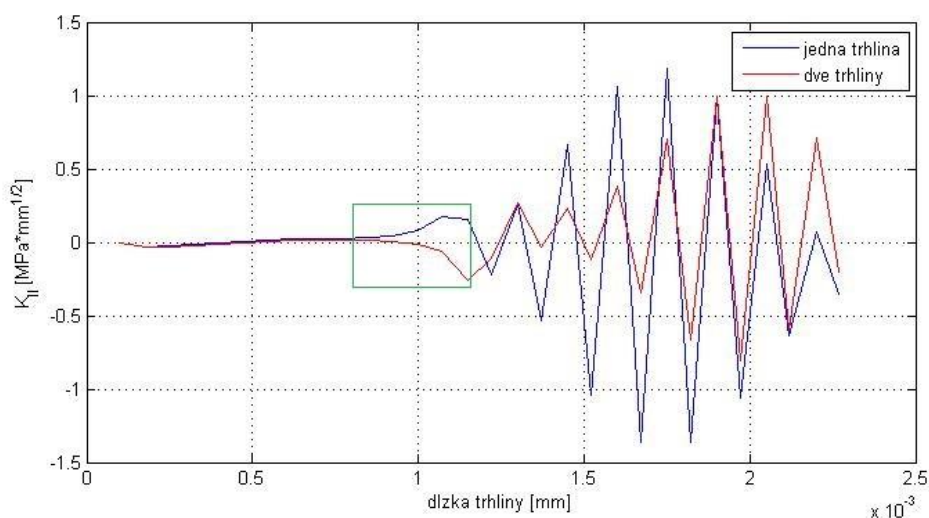


Obr. 23: Porovnanie súradníc čela trhliny pre prípad so samostatnou trhlinou a pre prípad s dvoma trhlinami



Obr. 24: Porovnanie závislostí súčiniteľov intenzity napätia K_I v závislosti na dĺžke trhliny pre prípad so samostatnou trhlinou a pre prípad s dvoma trhlinami

Na rozdiel od prvej konfigurácie (obr. 18), kde bolo možné pozorovať významnejší rozdiel v prípade závislostí súčiniteľov intenzity napätia K_I na dĺžke trhliny, je to v druhej konfigurácii práve naopak. Je pravda, že maximálna odchýlka hodnôt K_I medzi jednotlivými prípadmi bola dokonca vyššia ako pri prvej konfigurácii, konkrétne $1,52 \text{ MPa}\cdot\text{mm}^{1/2}$, ale bolo to v mieste pri konci výpočtu, kde tento rozdiel percentuálne nie je až tak vysoký. Ďalej je na obr. 23 vidieť, že zhruba vo vzdialenosti $0,6 \mu\text{m}$ sa trhliny začínajú akoby „rozchádzať“ – jedna sa šíri smerom nahor a druhá sa šíri smerom nadol. Táto skutočnosť priamo súvisí so súčiniteľom intenzity napätia K_{II} , ktorý je zodpovedný za orientáciu uhlu natočenia čela trhliny α . Z toho dôvodu bol tiež vytvorený graf pre porovnanie hodnôt K_{II} v závislosti na dĺžke trhliny (viď obr. 25).



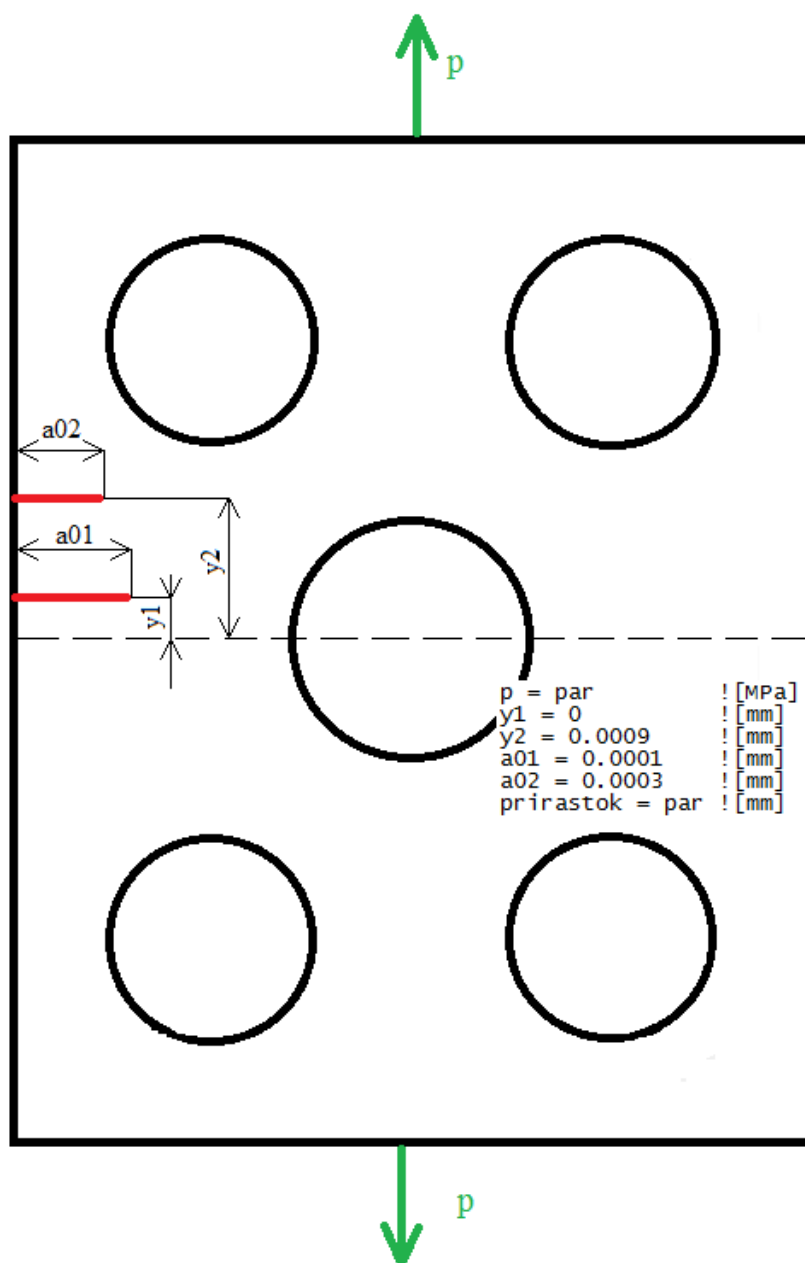
Obr. 25: Porovnanie závislostí súčiniteľov intenzity napätia K_{II} v závislosti na dĺžke trhliny pre prípad so samostatnou trhlinou a pre prípad s dvoma trhlinami

Spomenuté „rozchádzanie“ trhlín je dôsledkom zelenou farbou vyznačenej časti na obr. 25, kde je vidieť stúpajúci charakter súčiniteľa intenzity napätia K_{II} pre prípad samostatnej trhliny, čo značí zápornú orientáciu uhla natočenia čela trhliny α , a tým pádom šírenie trhliny popod stredovú časticu. Naproti tomu klesajúci charakter súčiniteľa intenzity napätia K_{II} pre prípad existencie statickej trhliny naznačuje kladnú orientáciu uhla α , a teda trhlina sa bude šíriť ponad stredovú časticu. V ďalšej časti grafu na obr. 25 je možné pozorovať zdanlivo chaotické skákanie hodnôt súčiniteľov intenzity napätia K_{II} medzi kladnými a zápornými hodnotami, a to v oboch prípadoch. Toto skákanie hodnôt sa samozrejme prejaví na orientácii uhlu natočenia α podobnými skokovými zmenami, ktoré je možné pozorovať práve na grafe na obr. 23 v oblasti dĺžky trhliny 1,1 μm a viac. Táto skutočnosť je spôsobená dôsledkom nízkeho tlaku a prejaví sa dominanciou vplyvu reziduálnych napätí od častíc na šírenie trhliny oproti vplyvu tlaku.

6.2 VPLYV VEĽKOSTI TLAKU NA ŠÍRENIE TRHLINY

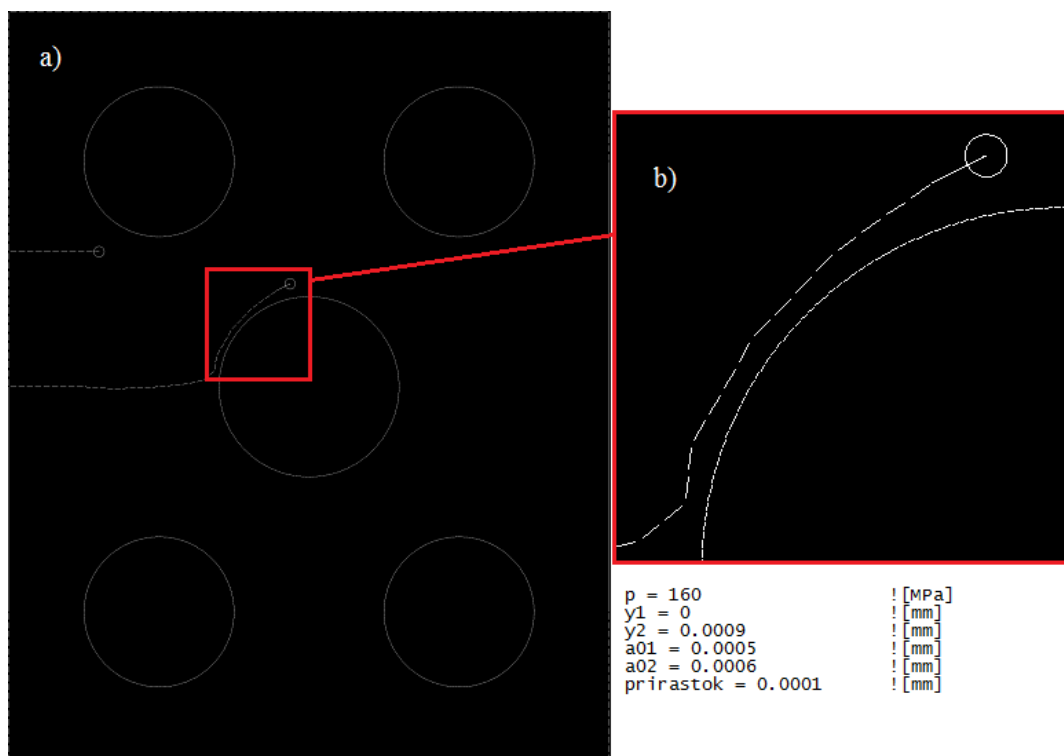
V predchádzajúcej podkapitole sme dospeli k záveru, že smer šírenia trhliny je ovplyvnený veľkosťou pôsobiaceho tlaku. Menšie hodnoty tlaku totiž znamenajú, že dominanciu pri ovplyvňovaní smeru šírenia trhliny budú mať reziduálne napätia. To má za následok, že trhlina je v jednom kroku ovplyvnená reziduálnym napätím od blízkej častice, ktoré spôsobí, že vypočítaný uhol natočenia čela trhliny bude orientovaný smerom preč od tejto častice. V ďalšom kroku sa však trhlina posunie pod takto určeným uhlom o určitý prírastok do takej vzdialenosti, kde sa už prejaví pôsobenie reziduálneho napätia od vzdialenej častice. Preto uhol natočenia čela trhliny bude v tomto kroku orientovaný rovnako smerom od blízkej častice, ale jeho veľkosť v absolútnej hodnote bude v porovnaní s predchádzajúcim krokom menšia čo sa prejaví skokovou zmenou tohto uhla medzi jednotlivými krokmi. Takýto jav by bolo možné redukovať minimalizáciou veľkosti prírastku trhliny medzi jednotlivými krokmi.

Je teda možné dospieť k záveru, že veľkosť tlaku má významnú rolu pri ovplyvnení šírenia trhliny. Na rozdiel od vplyvu reziduálnych napätí, ktoré sú dané spôsobom výroby takýchto materiálov, a preto bude ich veľkosť vždy konštantná, je možné veľkosť tlaku ako parameter meniť. Nasledujúca podkapitola preto bude venovaná vplyvu veľkosti tlaku na šírenie trhliny. Ako už bolo zistené, malý tlak znamená dominanciu pôsobenia reziduálnych napätí a skokovú zmenu v uhle natočenia čela trhliny α . Preto bolo cieľom ďalších konfigurácií zistiť, čo sa deje v opačných prípadoch, tzn. keď budú hodnoty tlaku stúpať a budú tak prebíjať vplyv pôsobenia reziduálnych napätí. Pre tento prípad bola z toho dôvodu zvolená jednoduchá konfigurácia dvoch trhlín, kde jedna trhlina bola opäť statická a druhá, šíriaca sa trhlina, mala počiatok v strede vzorky (vid' obr. 26). Ako parametre boli menené hodnoty tlaku a veľkosti prírastkov trhliny.



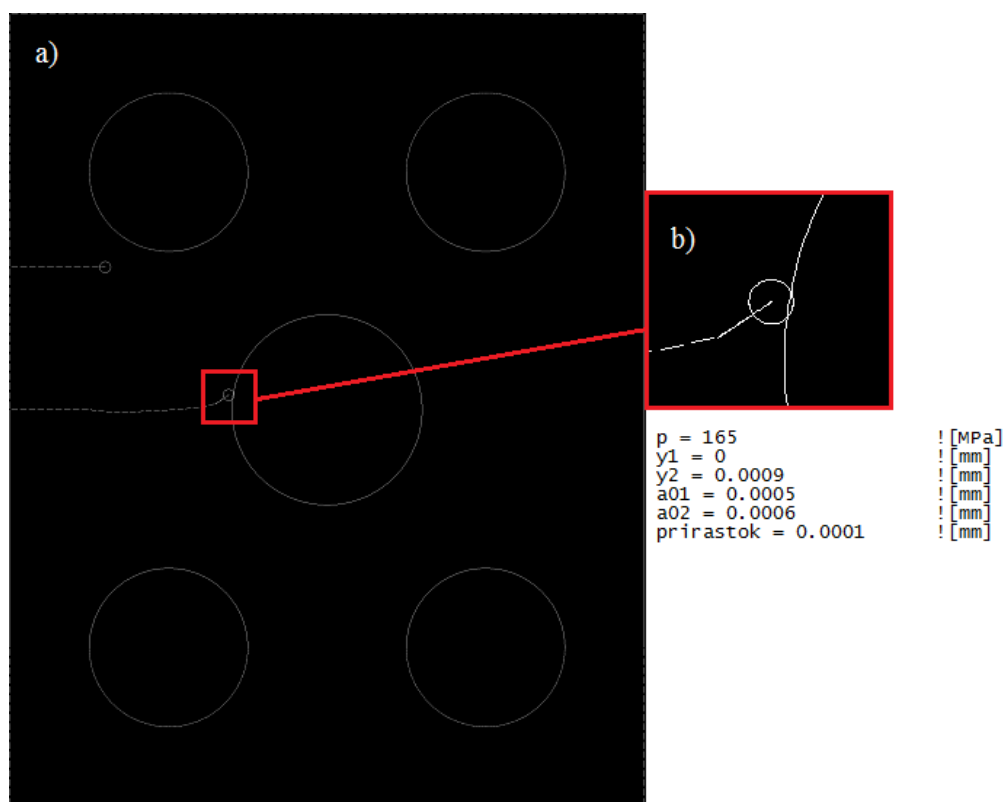
Obr. 26: Počiatočná konfigurácia

Po vypočítaní celej rady rôznych konfigurácií s rôznym tlakom bolo zistené, že hodnota tlaku, pri ktorej dochádza ku značnému zníženiu vplyvu reziduálnych napätí, sa pohybuje okolo 150 MPa. Pri vyšších hodnotách dokonca dochádza k tomu, že vplyv tlaku je natoľko významnejší oproti vplyvu reziduálnych napätí, že trhlina nie je schopná včas sa odkloniť od stredovej častice a dochádza k penetrácii geometrie okolia čela trhliny s hranou častice a takýto výpočet potom samozrejme nemôže pokračovať. Nasledujúce konfigurácie budú ukazovať niektoré medzné hodnoty parametrov tlaku a prírastku, pri ktorých sa trhlina dokáže, respektíve nedokáže šíriť okolo stredovej častice. Prvou takouto konfiguráciou bol prípad, kedy bola vzorka zaťažovaná tlakom 160 MPa a prírastok trhliny bol $0,1 \mu\text{m}$ (viď obr. 27).



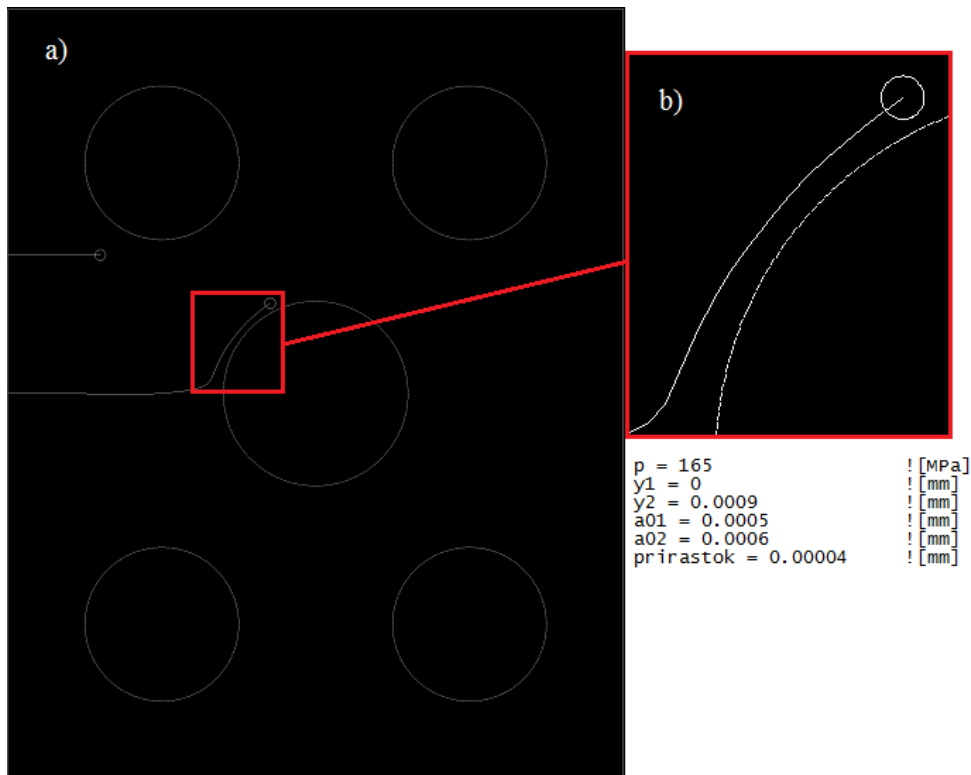
Obr. 27: Prvá konfigurácia – a) celý model, b) detail v okolí častice

Z obr. 27 je vidieť, že trhlina bola schopná rásť v tesnej blízkosti častice aj pri takomto prírastku. Tento prípad je však veľmi závislý už aj na malej zmene tlaku, pretože v druhej konfigurácii bol tlak zvýšený len o 5 MPa, tzn. len o približne 3%, ale stačilo to k tomu, že geometria okolia čela trhliny narazí na časticu (obr. 28).



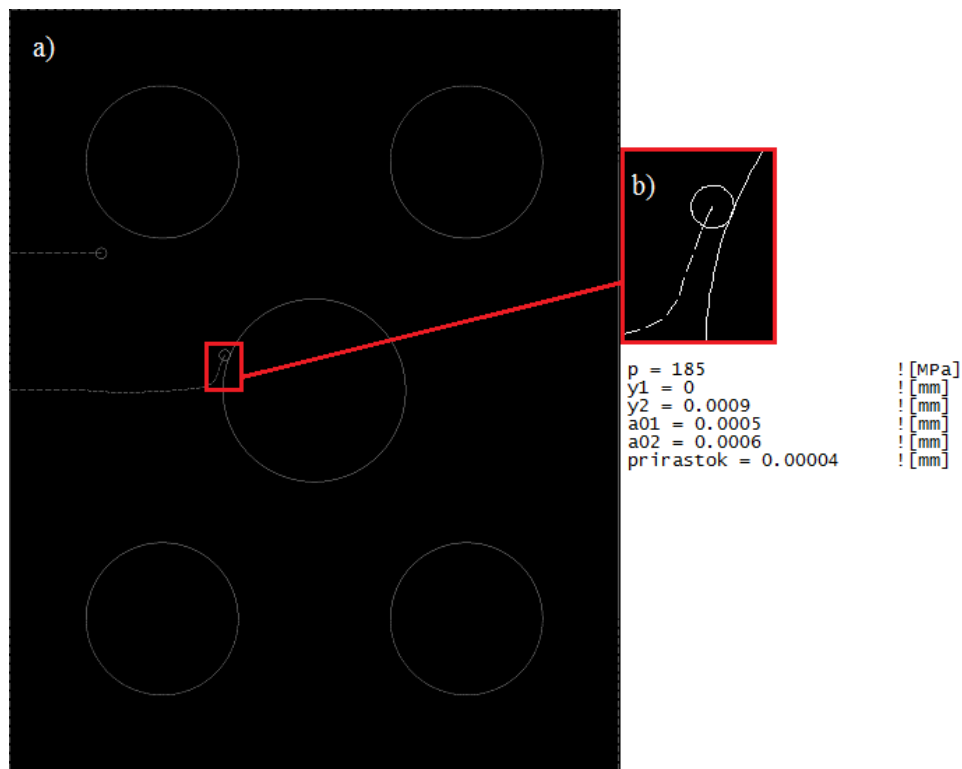
Obr. 28: Druhá konfigurácia – a) celý model, b) detail v okolí častice

V ďalšej konfigurácii bola upravená dĺžka prírastku z 0,1 μm na 0,04 μm . V takejto situácii bola trhlina schopná obísť časticu (vid' obr. 29).



Obr. 29: tretia konfigurácia – a) celý model, b) detail v okolí častice

V poslednej konfigurácii bol zvýšený tlak zo 165 MPa na 185 MPa (obr. 14).



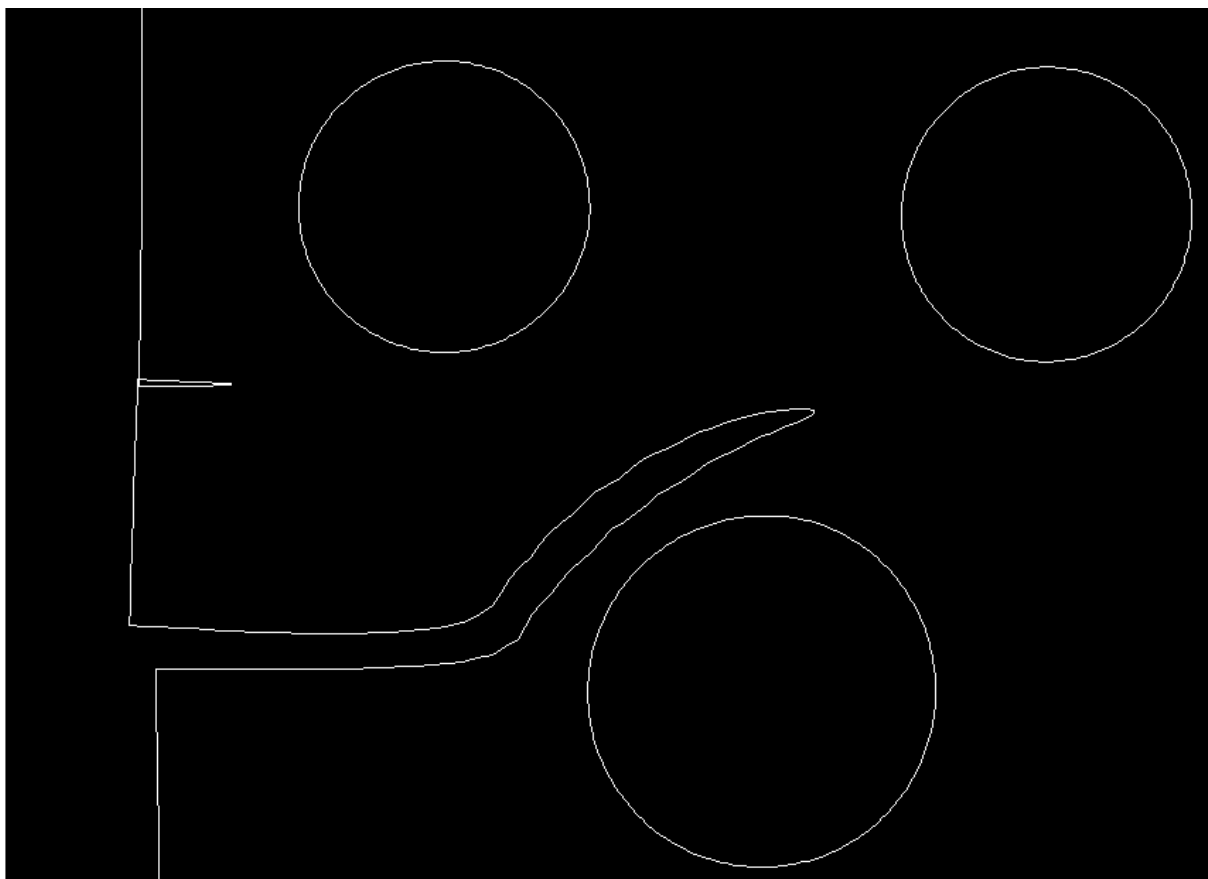
Obr. 30: štvrtá konfigurácia – a) celý model, b) detail v okolí častice

Na obr. 29 je vidieť, že zmena veľkosti prírastku mala v tomto prípade skutočne za následok, že trhlina bola schopná prejsť okolo častice bez toho aby došlo k penetrácii geometrie, ako tomu bolo v prípade na obr. 28. Naopak v poslednej konfigurácii nebola trhlina schopná šírenia okolo častice ani s tak malým prírastkom v dôsledku zvýšenia hodnoty tlaku. To vedie k záveru, že vysoký tlak skutočne potláča účinky reziduálnych napätí na ovplyvňovanie šírenia trhliny, a teda čím vyšší je tlak, tým bližšie sa musí nachádzať čelo trhliny k povrchu častice, aby sa tieto účinky prejavili. V poslednom prípade (obr. 30) nebola trhlina schopná rastu v okolí častice pri tlaku 185 MPa (pri 180 MPa ešte áno). Znížením prírastku trhliny by mohol nastať opačný prípad, tzn. že by nedošlo k penetrácii geometrie. Použitý numerický model však principiálne funguje tak, že veľkosť prírastku musí byť väčšia ako polomer okolia trhliny na zjemnenie siete. Súčasná hodnota tohto polomeru je 0,035 μm . Na zníženie prírastku by preto musela klesnúť aj hodnota polomeru okolia trhliny na zjemnenie siete, čo by však mohlo viesť k nepresnejším výsledkom a navyše príliš malé prírastky znamenajú oveľa viac krokov na rozšírenie trhliny do požadovanej dĺžky, s čím priamo súvisí časová náročnosť výpočtu.

6.3 PROBLÉM UZATVÁRANIA TRHLINY

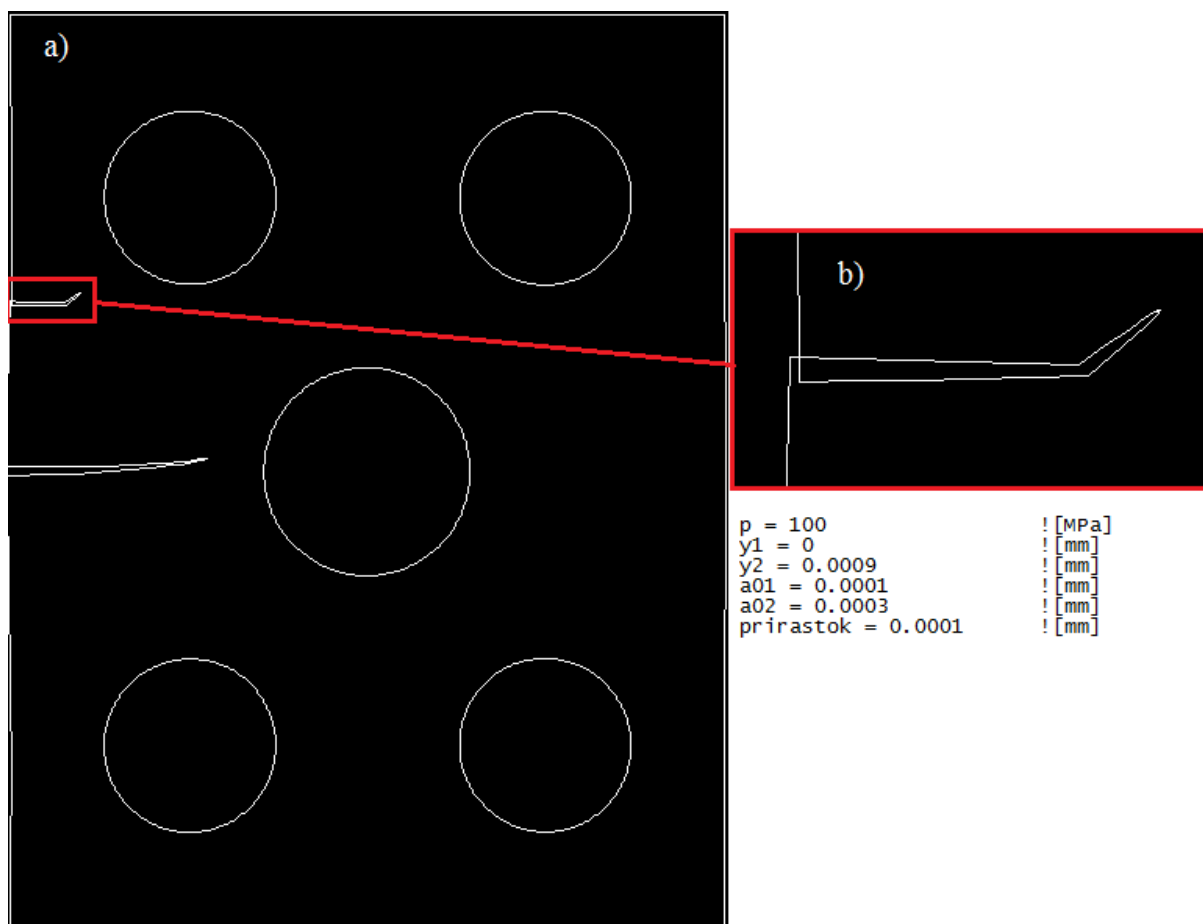
Pri numerickom modelovaní vzorky s dvomi, prípadne viacerými trhlínami dochádza medzi týmito trhlínami ku vzájomným interakciám, ktoré sa potom môžu prejavíť na kvalite takéhoto modelu. V našom prípade sa jedná o numerický model s existenciou dvoch trhlín, ktoré sú umiestnené v relatívne tesnej blízkosti. Pre modelovanie dvoch trhlín sa vychádza z predpokladu, že šíriť sa bude trhlina, v ktorej je vypočítaná vyššia hodnota súčiniteľa intenzity napätia K_I . Ako bolo vidieť v predchádzajúcich podkapitolách, napríklad na obr. 20, hodnoty súčiniteľa intenzity napätia majú tendenciu rásť v závislosti na zvyšujúcej sa dĺžke trhliny. Z toho vyplýva, že čím viac sa trhlina zväčšuje, tým vyššia je hodnota súčiniteľa intenzity napätia v jej čele. Výnimkou je iba prípad, kedy sa trhlina dostane do tesnej blízkosti častice⁹. Preto trhlina, v ktorej bude vypočítaná vyššia hodnota súčiniteľa intenzity napätia K_I v prvom kroku, bude mať tendenciu rásť ako jediná trhlina, a to počas celej doby výpočtu. Táto skutočnosť má za následok, že čím dlhšia je takáto trhlina, tým viac sa bude otvárať vo svojom počiatku. V našom prípade sa v blízkom okolí počiatku tejto šíriacej trhliny nachádza ďalšia trhlina, ktorá sa vplyvom otvárania prvej trhliny začína postupne uzatvárať (viď obr. 31). Takáto interakcia trhlín je presne jedným zo spomínaných prípadov, ktoré treba mať na zreteli, pretože jeho zanedbanie môže viesť k chybným výsledkom.

⁹ Vysvetlenie v ďalšej podkapitole



Obr. 31: Zobrazenie deformovaného tvaru spolu s viditeľne uzatvorenou trhlinou (15x zväčšený)

Princíp príkazu kcalc, používaného k vypočítaniu súčiniteľov intenzity napätia K_I a K_{II} , bol vysvetlený v kapitole 5. Prostredie ANSYS, v ktorom je tento numerický model realizovaný, je samozrejme schopné určiť súčiniteľ intenzity napätia K_I aj v takejto uzavretej trhline, a to dokonca bez toho, aby bolo upozornené na akúkoľvek chybu. To je samozrejme nesprávny prístup, pretože akýkoľvek takto vypočítaný výsledok bude chybný, nakoľko v uzavretej trhline musí byť súčiniteľ intenzity napätia K_I rovný nule. Preto v prípade, že spomenutá interakcia nie je braná do úvahy, môže dôjsť k tomu, že program vypočíta hodnotu súčiniteľa intenzity napätia v uzavretej trhline ako nenulovú, dokonca v niektorých prípadoch sa môže stať, že táto hodnota bude vyššia ako hodnota v šíriacej sa trhline. V tej chvíli samozrejme softvér vyhodnotí, že podľa návrhu numerického modelu sa musí šíriť trhlina s vyššou hodnotou súčiniteľa intenzity napätia K_I a rozhodne, že v ďalšom kroku sa bude ďalej šíriť táto uzavretá trhlina. V tomto prípade dochádza k absolútne nekorektným výsledkom, ktoré sa tiež prejavujú zdanlivo nezmyselnými orientáciami čela trhliny. Túto situáciu je možné pozorovať na obr. 32, kde boli parametre prispôbené tak, aby bola dosiahnutá táto interakcia a na obr. 33 je vidieť výstupné hodnoty z tohoto výpočtu.



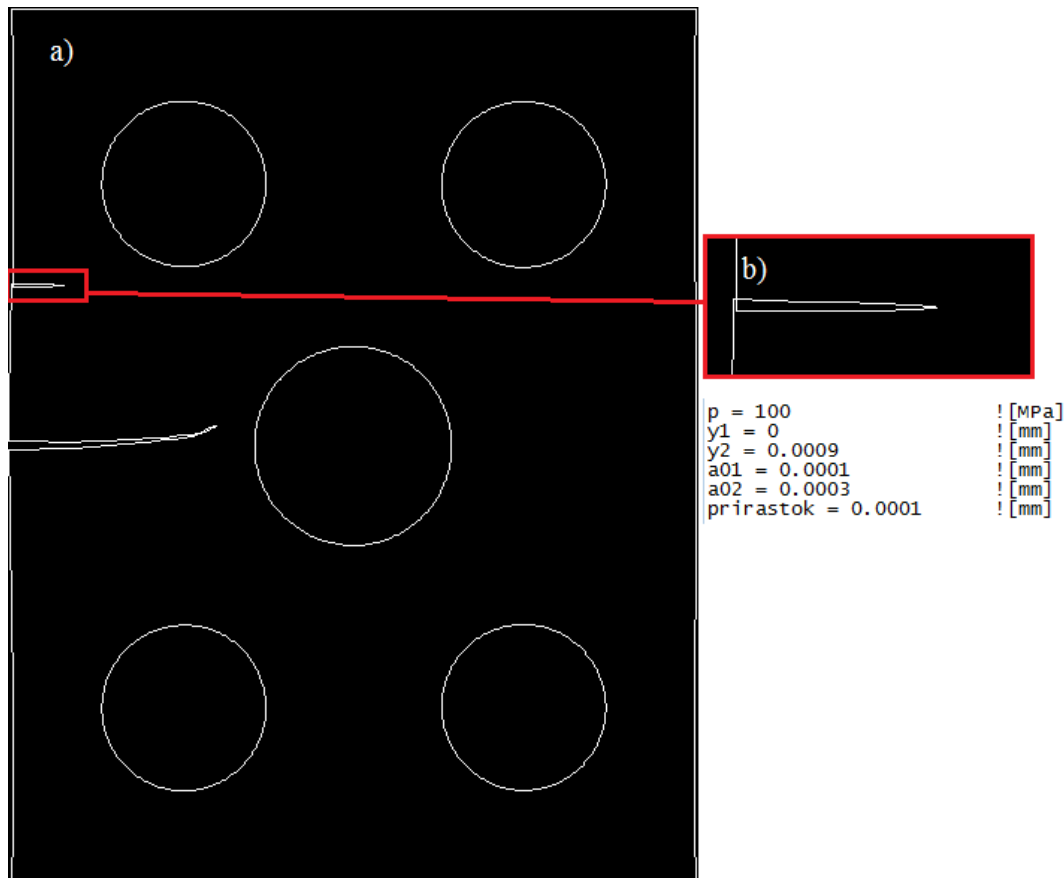
Obr. 32: Konfigurácia, pri ktorej dôjde k uzavretiu trhliny – a) celý model, b) detail uzavretej trhliny

| krok | dĺzkatr1 | dĺzkatr2 | K_I_1 | K_I_2 | K_II_1 | K_II_2 | alfa1 | alfa2 |
|----------|----------|----------|---------|---------|----------|----------|----------|----------|
| 1.00000 | 0.00010 | 0.00030 | 1.05382 | 0.25061 | -0.00047 | -0.94097 | 0.05098 | 0.00000 |
| 2.00000 | 0.00020 | 0.00030 | 1.39566 | 0.35930 | -0.00740 | -0.89676 | 0.05098 | 0.00000 |
| 3.00000 | 0.00030 | 0.00030 | 1.61904 | 0.51298 | -0.01459 | -0.84262 | 0.65817 | 0.00000 |
| 4.00000 | 0.00040 | 0.00030 | 1.78309 | 0.69278 | -0.01858 | -0.79074 | 1.69096 | 0.00000 |
| 5.00000 | 0.00050 | 0.00030 | 1.90441 | 0.88262 | -0.01524 | -0.74969 | 2.88468 | 0.00000 |
| 6.00000 | 0.00060 | 0.00030 | 1.98465 | 1.06707 | -0.01055 | -0.72328 | 3.80134 | 0.00000 |
| 7.00000 | 0.00070 | 0.00030 | 2.01927 | 1.23235 | -0.00558 | -0.71205 | 4.41021 | 0.00000 |
| 8.00000 | 0.00080 | 0.00030 | 1.99743 | 1.36954 | -0.00833 | -0.71314 | 4.72663 | 0.00000 |
| 9.00000 | 0.00090 | 0.00030 | 1.89596 | 1.47767 | -0.02371 | -0.72276 | 5.20464 | 0.00000 |
| 10.00000 | 0.00100 | 0.00030 | 1.68863 | 1.55852 | -0.06624 | -0.73544 | 6.63715 | 0.00000 |
| 11.00000 | 0.00110 | 0.00030 | 1.36701 | 1.62183 | -0.19217 | -0.74781 | 11.11629 | 38.46355 |

Obr. 33: Výstupné hodnoty z výpočtu, červenou zvýraznené hodnoty súčiniteľa intenzity napätia K_I v uzavretej trhlíne

Na obr. 33, kde sú zaznamenané výstupné hodnoty z výpočtu, si môžeme všimnúť, že v 11. kroku výpočtu došlo k tomu, že hodnota súčiniteľa intenzity napätia K_I vo vrchnej trhlíne (obr. 32) bola vyššia ako hodnota tohto súčiniteľa v spodnej trhlíne. Tým pádom program na základe numerického modelu v ďalšom kroku šíril vrchnú trhlínu, ktorá však bola uzavretá. To sa potom prejavilo už spomenutou nezmyselnou orientáciou šírenia tejto trhliny vid' obr. 32 b), kde je vidieť, že táto trhlina rastie smerom k častici, ktorá je navyše v jej veľmi tesnej blízkosti, a to aj napriek tomu, že reziduálne napätia v blízkosti tejto častice by danú trhlínu mali odpudzovať smerom preč od častice. Je teda vidieť, že táto interakcia má skutočne významný vplyv na kvalitu dosiahnutých výsledkov a je nutné ju pri výpočte brať do úvahy.

V našom prípade bol tento problém ošetrený pri tvorbe numerického modelu použitím podmienky vzťahujúcej sa k posuvom vrchnej a spodnej hrany trhliny. Ak posuv uzla vrchnej hrany dosahoval v blízkosti čela trhliny nižšiu hodnotu y-ovej súradnice ako posuv uzla spodnej hrany, bola táto podmienka splnená a nasledovala úprava súčiniteľa intenzity napätia K_I na nulovú hodnotu. Takto upravený výpočet predchádzajúcej konfigurácie je vidieť na obr. 34 a 35.



Obr. 34: Konfigurácia s uzavretou trhlinou – a) celý model, b) detail na uzavretú trhlinu

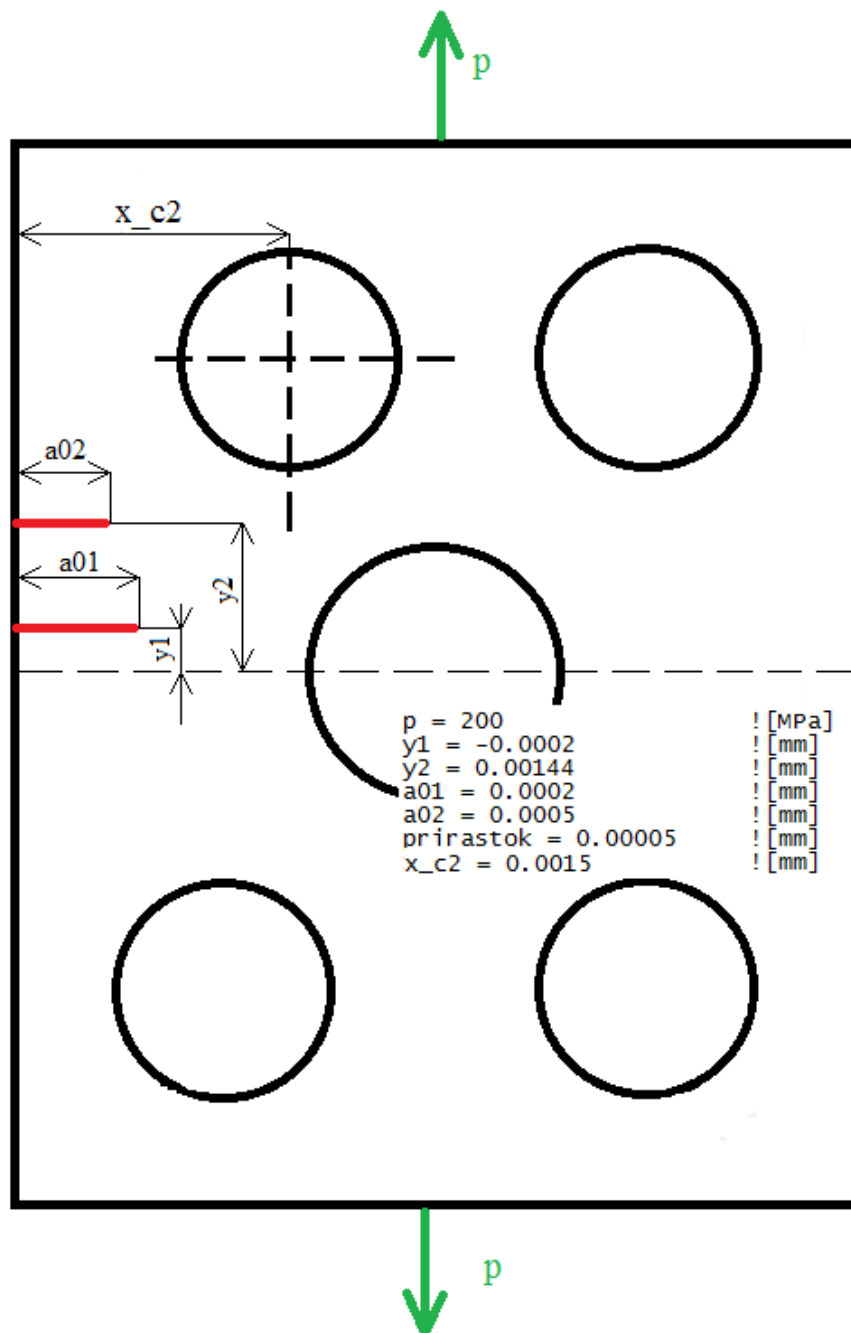
| krok | dĺzkatr1 | dĺzkatr2 | K_I_1 | K_I_2 | K_II_1 | K_II_2 | alfa1 | alfa2 |
|----------|----------|----------|---------|---------|----------|----------|----------|---------|
| 1.00000 | 0.00010 | 0.00030 | 1.05382 | 0.00000 | -0.00047 | -0.94097 | 0.05098 | 0.00000 |
| 2.00000 | 0.00020 | 0.00030 | 1.39530 | 0.00000 | -0.00754 | -0.89668 | 0.05098 | 0.00000 |
| 3.00000 | 0.00030 | 0.00030 | 1.61908 | 0.00000 | -0.01446 | -0.84270 | 0.67022 | 0.00000 |
| 4.00000 | 0.00040 | 0.00030 | 1.78286 | 0.00000 | -0.01817 | -0.79094 | 1.69311 | 0.00000 |
| 5.00000 | 0.00050 | 0.00030 | 1.90384 | 0.00000 | -0.01609 | -0.74950 | 2.86100 | 0.00000 |
| 6.00000 | 0.00060 | 0.00030 | 1.98465 | 0.00000 | -0.00999 | -0.72333 | 3.82952 | 0.00000 |
| 7.00000 | 0.00070 | 0.00030 | 2.02046 | 0.00000 | -0.00568 | -0.71205 | 4.40635 | 0.00000 |
| 8.00000 | 0.00080 | 0.00030 | 1.99611 | 0.00000 | -0.00822 | -0.71333 | 4.72822 | 0.00000 |
| 9.00000 | 0.00090 | 0.00030 | 1.89546 | 0.00000 | -0.02369 | -0.72254 | 5.19981 | 0.00000 |
| 10.00000 | 0.00100 | 0.00030 | 1.68875 | 0.00000 | -0.06636 | -0.73586 | 6.63178 | 0.00000 |
| 11.00000 | 0.00110 | 0.00030 | 1.36710 | 0.00000 | -0.19211 | -0.74781 | 11.11841 | 0.00000 |

Obr. 35: Výstupné hodnoty z výpočtu, červenou zvýraznené hodnoty súčiniteľa intenzity napätia K_I v uzavretej trhlina

Na obrázku 35 sú vidieť výstupné hodnoty. Pozornosť treba venovať najmä hodnotám súčiniteľa intenzity napätia K_I uzavretej trhliny (obr. 34), ktoré dosahujú nulovú hodnotu už od prvého kroku, tzn. že táto trhlina sa uzavrie hneď v prvom kroku a ostane uzavretá až do konca výpočtu. Vďaka takto dosiahnutým nulovým hodnotám potom nebude dochádzať k chybám vo výpočte v dôsledku takejto vzájomnej interakcie dvoch susediacich trhlín.

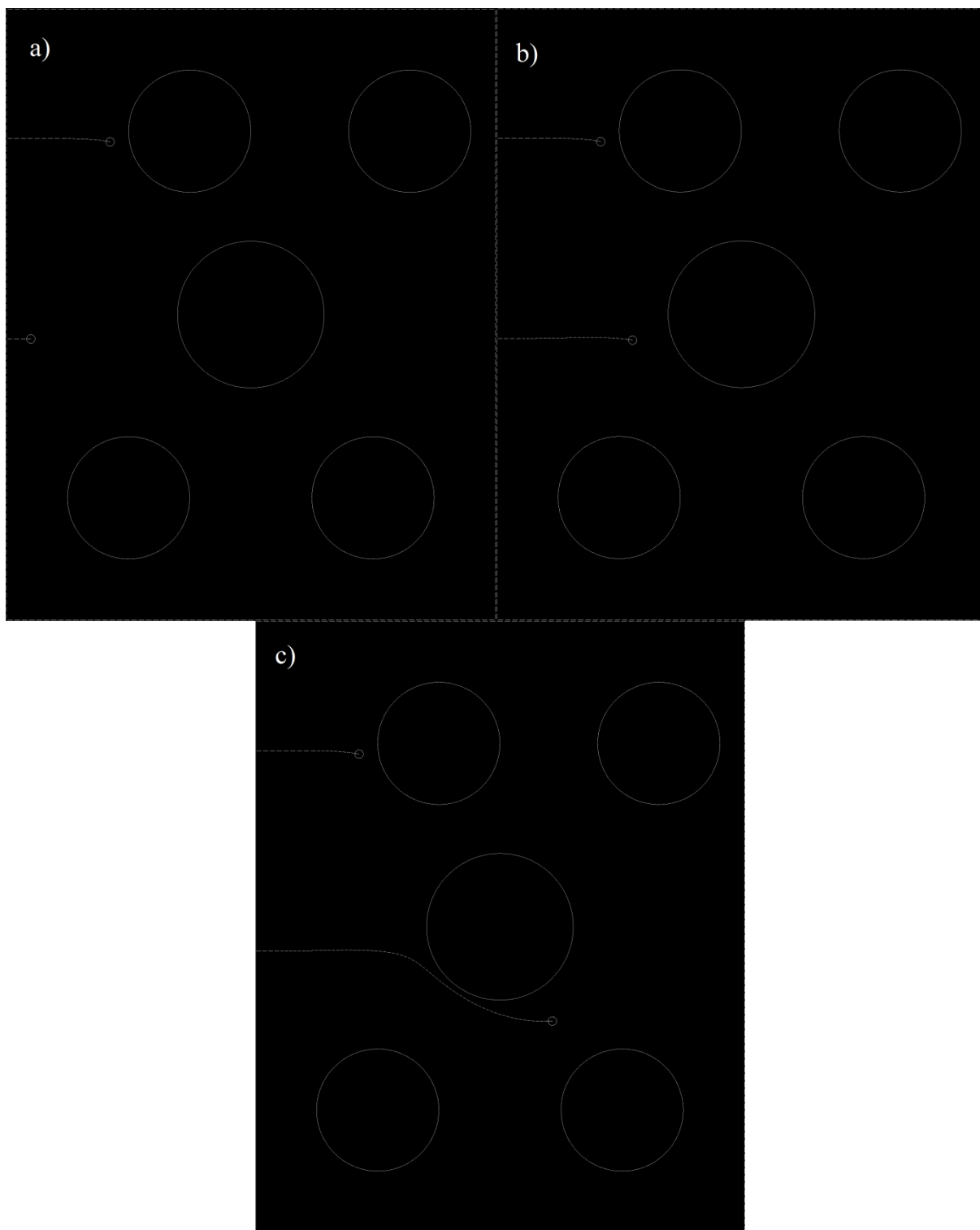
6.4 ŠÍRENIE OBOCH TRHLÍN

V predchádzajúcej podkapitole bola ukázaná interakcia dvoch trhlín v podobe uzatvárania nešíriacej sa trhliny. V tejto podkapitole bude konfigurácia trhlín navrhnutá tak, aby sa ani jedna z trhlín nezatvárali. Navyše trhlina, ktorá sa bude šíriť ako prvá, sa vplyvom pôsobenia reziduálnych napätí v oblasti okolia častice zastaví v dôsledku poklesu súčiniteľa intenzity napätia K_I a začne sa šíriť druhá trhlina. Konkrétnu konfiguráciu je možné vidieť na obr. 36.



Obr. 36: Počiatočná konfigurácia

Na obr. 36 je tiež vidieť niektoré z úprav parametrov pri dosahovaní šírenia oboch trhlín. Bolo totižto nutné aby medzi trhlinami bola väčšia vzdialenosť, aby sme predišli uzavretiu trhliny. K tomu pomohla vyššia hodnota tlaku. Bola taktiež posunutá ľavá horná častica v osi x smerom doprava, takže x – ová súradnica jej stredu bola $1,5 \mu\text{m}$, oproti pôvodnému $1 \mu\text{m}$, a to z toho dôvodu, aby bol väčší priestor pre šírenie vrchnej častice. Stav na konci výpočtu je vidieť na obr. 37 a výstupné hodnoty z výpočtu na obr. 38.

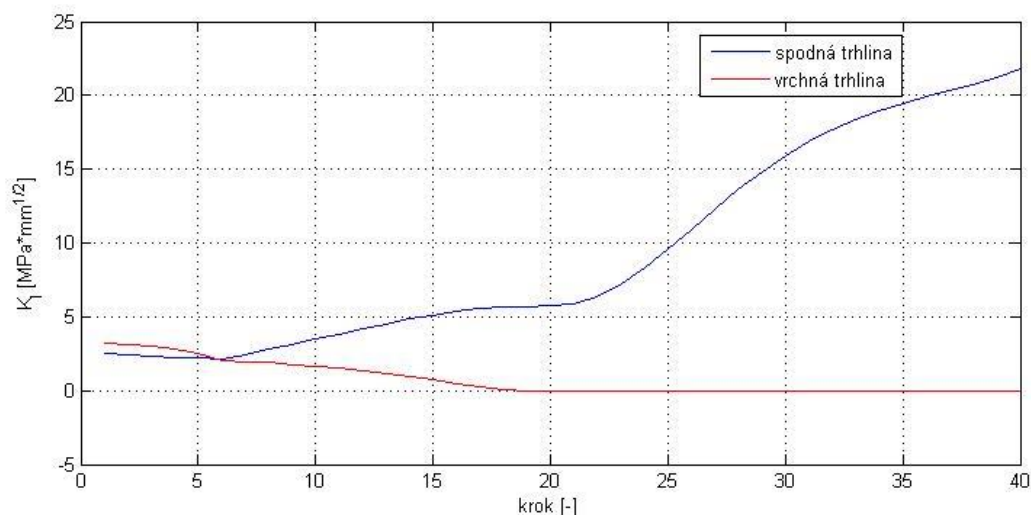


Obr. 37: Priebeh trhlín počas výpočtu – a) 6. krok, b) 19. krok, c) konečný stav (40. krok)

| krok | dĺzkatr1 | dĺzkatr2 | K_I_1 | K_I_2 | K_II_1 | K_II_2 | alfa1 | alfa2 |
|----------|----------|----------|----------|---------|----------|----------|-----------|-----------|
| 1.00000 | 0.00020 | 0.00050 | 2.54810 | 3.16979 | -0.04623 | 3.86684 | 0.00000 | -1.01457 |
| 2.00000 | 0.00020 | 0.00057 | 2.44831 | 3.15731 | -0.03689 | 0.01529 | 0.00000 | -1.39743 |
| 3.00000 | 0.00020 | 0.00064 | 2.35118 | 3.05735 | -0.02904 | 0.02981 | 0.00000 | -1.95223 |
| 4.00000 | 0.00020 | 0.00071 | 2.25956 | 2.84233 | -0.02269 | 0.05765 | 0.00000 | -3.06939 |
| 5.00000 | 0.00020 | 0.00078 | 2.18110 | 2.50123 | -0.01677 | 0.12854 | 0.00000 | -5.39124 |
| 6.00000 | 0.00020 | 0.00085 | 2.11009 | 2.05169 | -0.01156 | 0.34936 | 0.00000 | -11.24438 |
| 7.00000 | 0.00027 | 0.00085 | 2.46711 | 1.98075 | -0.00437 | 0.31892 | 0.62786 | -11.24438 |
| 8.00000 | 0.00034 | 0.00085 | 2.81071 | 1.89019 | -0.00505 | 0.28175 | 0.83091 | -11.24438 |
| 9.00000 | 0.00041 | 0.00085 | 3.14924 | 1.77992 | -0.00416 | 0.23983 | 1.03665 | -11.24438 |
| 10.00000 | 0.00048 | 0.00085 | 3.49331 | 1.64882 | -0.00143 | 0.19429 | 1.18803 | -11.24438 |
| 11.00000 | 0.00055 | 0.00085 | 3.84376 | 1.49757 | 0.00370 | 0.14690 | 1.23488 | -11.24438 |
| 12.00000 | 0.00062 | 0.00085 | 4.18810 | 1.32672 | 0.01007 | 0.09981 | 1.12470 | -11.24438 |
| 13.00000 | 0.00069 | 0.00085 | 4.52511 | 1.13824 | 0.01990 | 0.05459 | 0.84920 | -11.24438 |
| 14.00000 | 0.00076 | 0.00085 | 4.84049 | 0.93281 | 0.03161 | 0.01377 | 0.34532 | -11.24438 |
| 15.00000 | 0.00083 | 0.00085 | 5.12965 | 0.71608 | 0.04493 | -0.01994 | -0.40284 | -11.24438 |
| 16.00000 | 0.00090 | 0.00085 | 5.36737 | 0.49250 | 0.06403 | -0.04522 | -1.40630 | -11.24438 |
| 17.00000 | 0.00097 | 0.00085 | 5.53909 | 0.26843 | 0.09717 | -0.06060 | -2.77286 | -11.24438 |
| 18.00000 | 0.00104 | 0.00085 | 5.64620 | 0.05066 | 0.14242 | -0.06485 | -4.78166 | -11.24438 |
| 19.00000 | 0.00111 | 0.00085 | 5.68591 | 0.00000 | 0.22711 | 0.05878 | -7.66781 | -11.24438 |
| 20.00000 | 0.00118 | 0.00085 | 5.72258 | 0.00000 | 0.33758 | 0.04348 | -12.22789 | -11.24438 |
| 21.00000 | 0.00125 | 0.00085 | 5.88587 | 0.00000 | 0.47103 | 0.02203 | -18.93368 | -11.24438 |
| 22.00000 | 0.00132 | 0.00085 | 6.40031 | 0.00000 | 0.46340 | -0.00174 | -27.97078 | -11.24438 |
| 23.00000 | 0.00139 | 0.00085 | 7.27514 | 0.00000 | 0.19616 | -0.02608 | -36.16822 | -11.24438 |
| 24.00000 | 0.00146 | 0.00085 | 8.35890 | 0.00000 | 0.01677 | -0.05188 | -39.25277 | -11.24438 |
| 25.00000 | 0.00153 | 0.00085 | 9.59033 | 0.00000 | -0.07257 | -0.08280 | -39.48262 | -11.24438 |
| 26.00000 | 0.00160 | 0.00085 | 10.92236 | 0.00000 | -0.15516 | -0.12010 | -38.61563 | -11.24438 |
| 27.00000 | 0.00167 | 0.00085 | 12.29979 | 0.00000 | -0.20841 | -0.16435 | -36.98850 | -11.24438 |
| 28.00000 | 0.00174 | 0.00085 | 13.61502 | 0.00000 | -0.26516 | -0.21557 | -35.04818 | -11.24438 |
| 29.00000 | 0.00181 | 0.00085 | 14.83487 | 0.00000 | -0.33380 | -0.27342 | -32.81844 | -11.24438 |
| 30.00000 | 0.00188 | 0.00085 | 15.91792 | 0.00000 | -0.37177 | -0.33616 | -30.24307 | -11.24438 |
| 31.00000 | 0.00195 | 0.00085 | 16.84989 | 0.00000 | -0.42663 | -0.40449 | -27.57012 | -11.24438 |
| 32.00000 | 0.00202 | 0.00085 | 17.64725 | 0.00000 | -0.45827 | -0.47627 | -24.67305 | -11.24438 |
| 33.00000 | 0.00209 | 0.00085 | 18.33362 | 0.00000 | -0.49360 | -0.55047 | -21.70197 | -11.24438 |
| 34.00000 | 0.00216 | 0.00085 | 18.92589 | 0.00000 | -0.52421 | -0.62824 | -18.62200 | -11.24438 |
| 35.00000 | 0.00223 | 0.00085 | 19.43180 | 0.00000 | -0.54937 | -0.70674 | -15.45373 | -11.24438 |
| 36.00000 | 0.00230 | 0.00085 | 19.88560 | 0.00000 | -0.57970 | -0.78563 | -12.22004 | -11.24438 |
| 37.00000 | 0.00237 | 0.00085 | 20.31499 | 0.00000 | -0.61736 | -0.86495 | -8.88612 | -11.24438 |
| 38.00000 | 0.00244 | 0.00085 | 20.74166 | 0.00000 | -0.64599 | -0.94482 | -5.41123 | -11.24438 |
| 39.00000 | 0.00251 | 0.00085 | 21.25124 | 0.00000 | -0.64094 | -1.02396 | -1.85037 | -11.24438 |
| 40.00000 | 0.00258 | 0.00085 | 21.82552 | 0.00000 | -0.63909 | -1.10264 | 1.59844 | -11.24438 |

Obr. 38: Výstupné hodnoty z výpočtu

Na obr. 37 je vidieť priebežný vývoj rastu trhlín počas výpočtu. Sú postupne zobrazované výsledky v šiestom kroku (obr. 37 a), kde sa zastavila vrchná trhlina a začala sa šíriť spodná trhlina, v devätnástom kroku (obr. 37 b), kedy došlo k uzavretiu vrchnej trhliny a na záver konečný stav výpočtu (obr. 37 c). Spomenuté stavy je možné pozorovať aj z výstupných dát na obr. 38. V modro vyznačenej časti je vidieť, že od prvého do piateho kroku sa šírila vrchná trhlina, pretože bola pre ňu charakteristická vyššia hodnota súčiniteľa intenzity napätia K_I . Potom sa ale táto trhlina dostala do blízkosti častice, kde táto hodnota začala klesať. Výsledkom bolo to, že od šiesteho kroku bola vyššia hodnota súčiniteľa intenzity napätia K_I v spodnej trhlíne, ktorá v tomto momente začala rásť a až do konca výpočtu sa šírila už len táto trhlina. V zeleno vyznačenej časti je možné vidieť, že táto trhlina v devätnástom kroku narástla natoľko, že jej roztvorenie spôsobilo uzavretie vrchnej trhliny. Vrchná trhlina už potom ostala uzavretá až do konca výpočtu. Pre lepšie zobrazenie výsledkov súčiniteľov intenzity napätia K_I v oboch trhlínach bol vytvorený graf, kde sú ich hodnoty závislé na čísle kroku výpočtu (viď obr. 39). V spomenutom grafe je dobre vidieť miesto zastavenia vrchnej trhliny a začiatok rastu spodnej trhliny v bode, kde sa vzájomne pretínajú červená a modrá krivka.

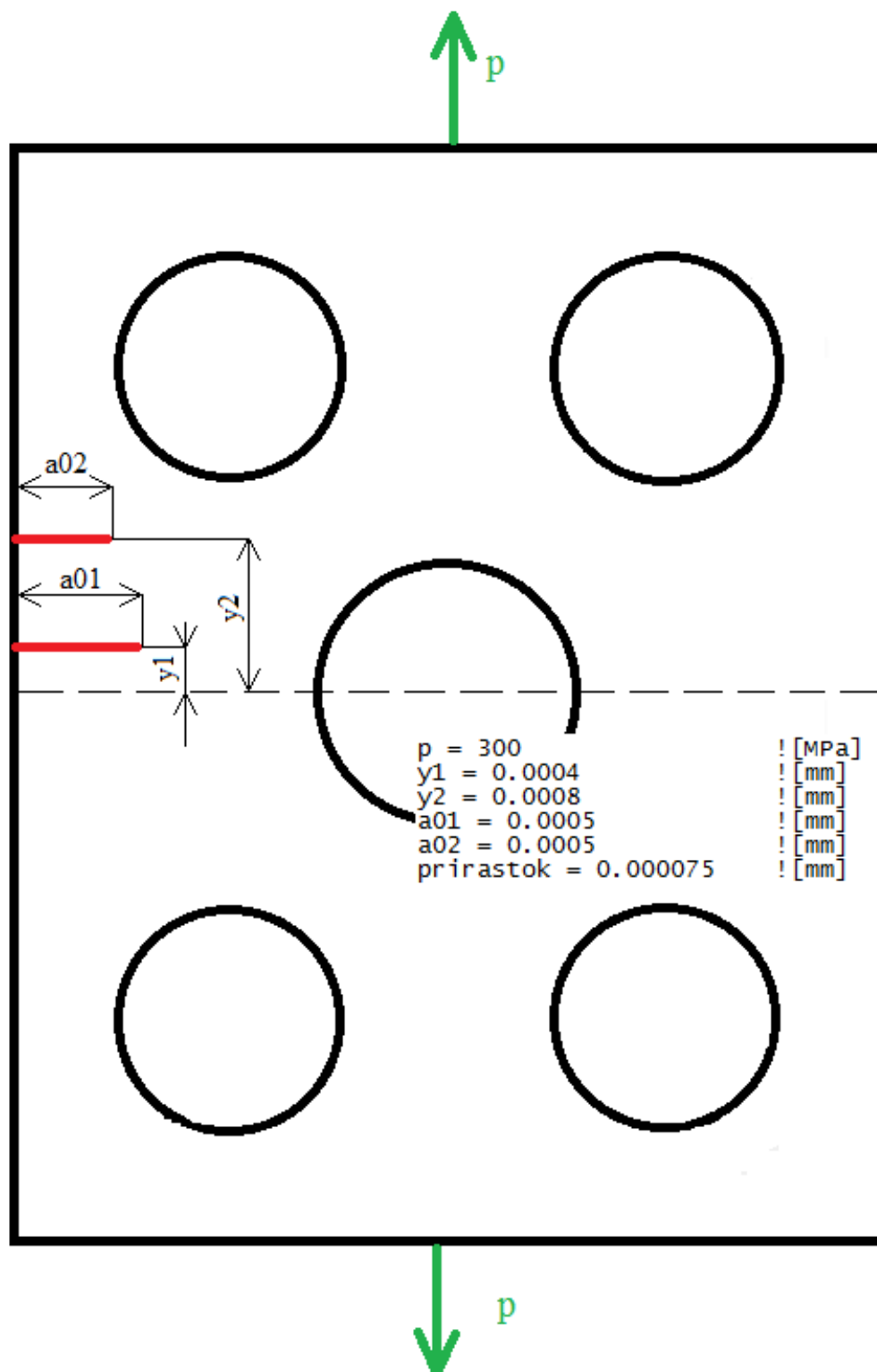


Obr. 39: Závislosť súčiniteľov intenzity napätia K_I v oboch trhlinách na číslo kroku výpočtu

6.5 SUBKRITICKÝ RAST

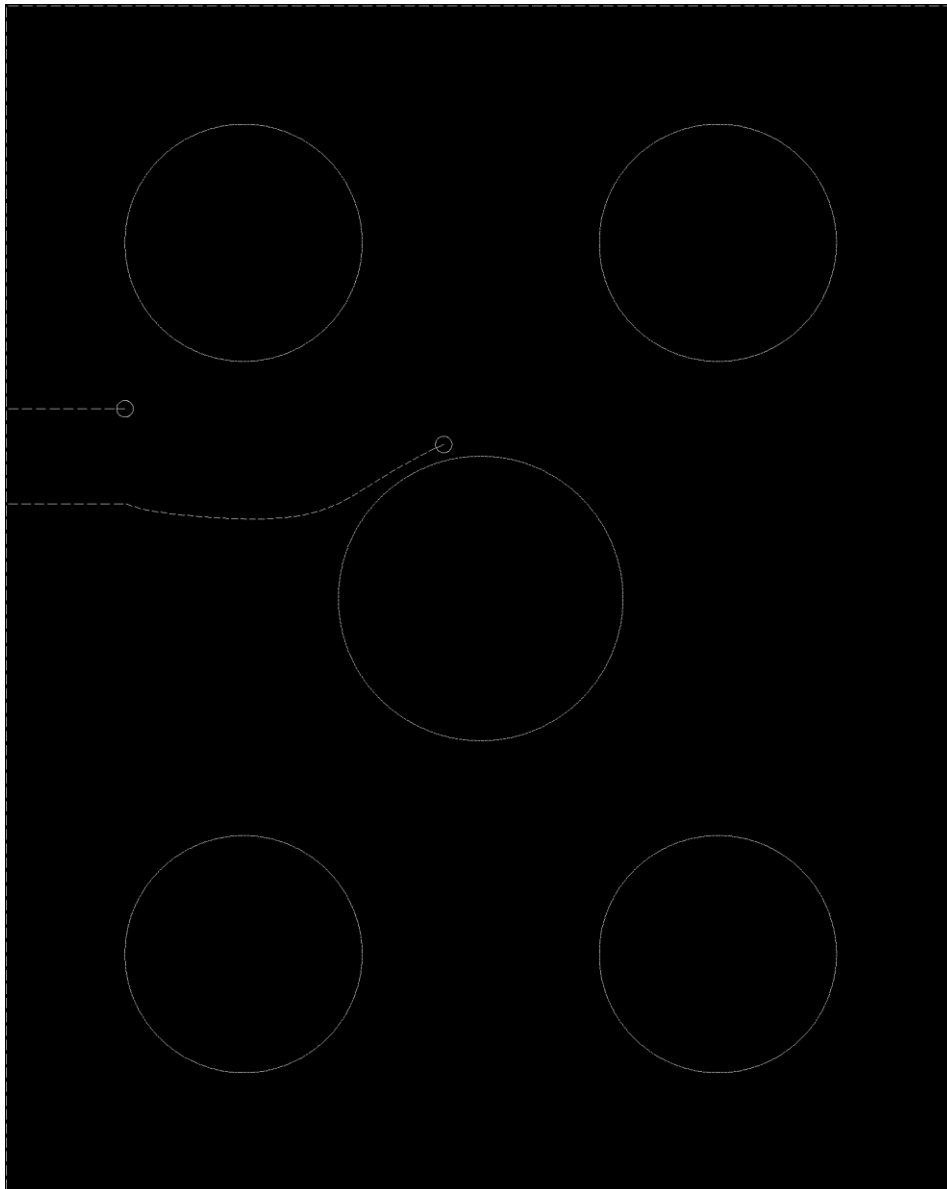
V kapitole 4.6 bol popísaný mechanizmus subkritického rastu. Je teda známe, že trhlina sa začína šíriť subkritickým rastom pri hodnotách súčiniteľa intenzity napätia K_I 0,24 MPa*m^{1/2} a tento subkritický rast pretrváva až do hodnoty 0,8 MPa*m^{1/2}, pri ktorej sa už trhlina začína šíriť nestabilne. Bola teda vytvorená konfigurácia, ktorú je možné vidieť na obr. 40, v ktorej boli tieto hodnoty dosiahnuté.

Je možné si všimnúť, že počiatočné parametre na obr. 40 sú význačné tým, že hodnota tlaku je významne vyššia oproti všetkým ostatným prípadom, ktoré tu boli doposiaľ riešené. To bolo nutné z toho dôvodu, že dané hodnoty súčiniteľa intenzity napätia K_I v rozmedzí od 0,22 do 0,8 MPa*m^{1/2} by pri nižšom tlaku na uvedenej vzorke nebolo možné dosiahnuť. K takejto vysokej hodnote tlaku sa však samozrejme viaže aj vyosenie spodnej trhliny do výšky 0,4 μm, pretože, ako bolo zistené v podkapitole 6.2, pri takomto vysokom tlaku dochádza k zníženiu vplyvu reziduálnych napätí a trhlina je náchylná k penetrácii geometrie medzi okolím čela trhliny a povrchom častice, a to aj pri veľmi malých prírastkoch trhliny. Rovnako tak bolo nutné zvoliť vyššiu počiatočnú dĺžku trhliny.



Obr. 40: Počiatočná konfigurácia

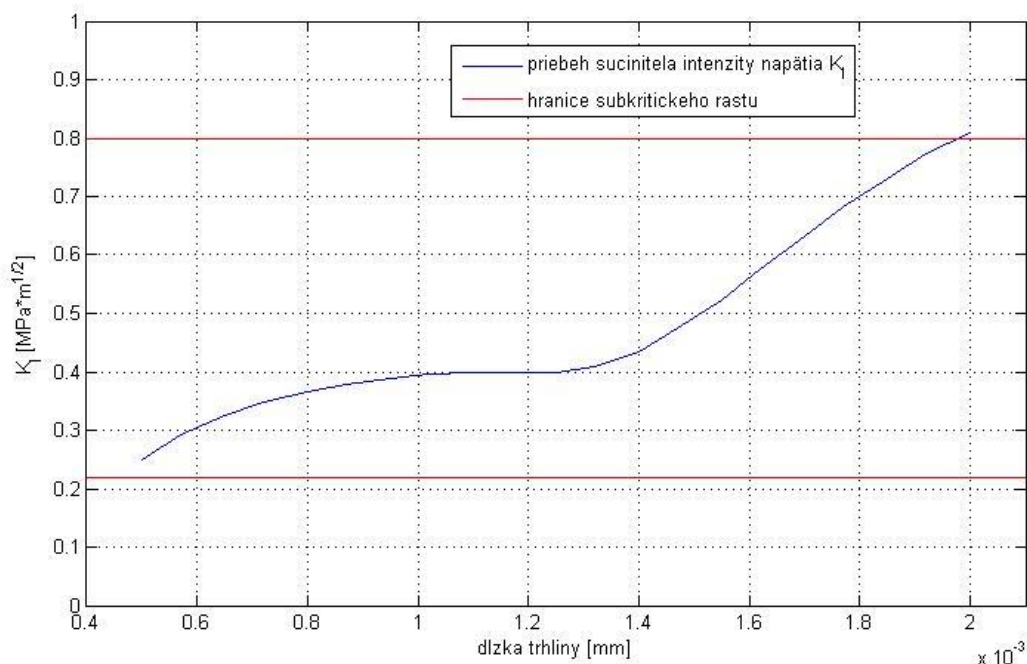
Priebeh šírenia trhliny je potom možné vidieť na obr. 41. Ďalej boli vyhodnocované výstupné hodnoty, pričom predmetom záujmu boli samozrejme najmä hodnoty súčiniteľa intenzity napätia K_I , ktoré je možné vidieť na obr. 42, a taktiež na grafe závislosti tohto súčiniteľa na dĺžke trhliny (vid' obr. 43).



Obr. 41: Pribeh trhliny pri subkritickom raste

| krok | dĺzkatr1 | dĺzkatr2 | K_I_1 | K_I_2 | K_II_1 | K_II_2 | alfa1 | alfa2 |
|----------|----------|----------|---------|---------|----------|----------|-----------|---------|
| 1.00000 | 0.00050 | 0.00050 | 0.24905 | 0.14508 | 1.34195 | 0.25943 | -18.34863 | 0.00000 |
| 2.00000 | 0.00057 | 0.00050 | 0.29224 | 0.10466 | -0.73908 | 0.03897 | -9.31718 | 0.00000 |
| 3.00000 | 0.00065 | 0.00050 | 0.32499 | 0.06326 | -0.14994 | -0.05558 | -7.64619 | 0.00000 |
| 4.00000 | 0.00072 | 0.00050 | 0.34797 | 0.02767 | -0.18742 | -0.01049 | -5.69580 | 0.00000 |
| 5.00000 | 0.00080 | 0.00050 | 0.36581 | 0.00000 | -0.13899 | -0.11818 | -4.31945 | 0.00000 |
| 6.00000 | 0.00087 | 0.00050 | 0.37927 | 0.00000 | -0.13294 | -0.28402 | -3.04961 | 0.00000 |
| 7.00000 | 0.00095 | 0.00050 | 0.38888 | 0.00000 | -0.16512 | -0.45614 | -1.51160 | 0.00000 |
| 8.00000 | 0.00102 | 0.00050 | 0.39511 | 0.00000 | -0.22000 | -0.61934 | 0.50466 | 0.00000 |
| 9.00000 | 0.00110 | 0.00050 | 0.39778 | 0.00000 | -0.31021 | -0.76808 | 3.32666 | 0.00000 |
| 10.00000 | 0.00117 | 0.00050 | 0.39822 | 0.00000 | -0.44552 | -0.90320 | 7.36896 | 0.00000 |
| 11.00000 | 0.00125 | 0.00050 | 0.39962 | 0.00000 | -0.65631 | -1.02970 | 13.28332 | 0.00000 |
| 12.00000 | 0.00132 | 0.00050 | 0.40825 | 0.00000 | -0.84265 | -1.15649 | 20.68975 | 0.00000 |
| 13.00000 | 0.00140 | 0.00050 | 0.43332 | 0.00000 | -0.83973 | -1.29193 | 27.65155 | 0.00000 |
| 14.00000 | 0.00147 | 0.00050 | 0.47439 | 0.00000 | -0.47699 | -1.43832 | 31.28658 | 0.00000 |
| 15.00000 | 0.00155 | 0.00050 | 0.52363 | 0.00000 | -0.09816 | -1.58940 | 31.96586 | 0.00000 |
| 16.00000 | 0.00162 | 0.00050 | 0.57713 | 0.00000 | 0.11418 | -1.72986 | 31.24903 | 0.00000 |
| 17.00000 | 0.00170 | 0.00050 | 0.63140 | 0.00000 | 0.27969 | -1.85438 | 29.64456 | 0.00000 |
| 18.00000 | 0.00177 | 0.00050 | 0.68314 | 0.00000 | 0.40415 | -1.95640 | 27.50248 | 0.00000 |
| 19.00000 | 0.00185 | 0.00050 | 0.73032 | 0.00000 | 0.50592 | -2.03046 | 24.99499 | 0.00000 |
| 20.00000 | 0.00192 | 0.00050 | 0.77240 | 0.00000 | 0.57761 | -2.07929 | 22.28866 | 0.00000 |
| 21.00000 | 0.00200 | 0.00050 | 0.81010 | 0.00000 | 0.63289 | -2.10531 | 19.46165 | 0.00000 |

Obr. 42: Výstupné dáta zo šírenia trhliny subkritickým rastom



Obr. 43: Priebeh súčiniteľa intenzity napätia K_I v závislosti na dĺžke trhliny

Na obr. 42 je vidieť výstupné dáta z výpočtu s dôrazom na hodnoty súčiniteľa intenzity napätia K_I zvýraznené červenou farbou. Tieto hodnoty potom boli vynesené do grafu v závislosti na dĺžke trhliny (obr. 43), kde je taktiež vyznačená hranica pôsobenia subkritického rastu. Na tomto grafe je vidieť, ako trhlina začína rásť subkriticky pri hodnote K_I 0,24905 MPa \cdot m $^{1/2}$ a to až do okamihu, kde trhlina narastie do takej dĺžky, pri ktorej bude hodnota $K_I > 0,8$ a trhlina sa začína šíriť nestabilne.

7. ZÁVER

Cieľom práce bolo vytvorenie parametrického numerického 2D modelu, vďaka ktorému bude možné lepšie popísať šírenie a vzájomnú interakciu dvoch, prípadne viacerých trhlín v časticovom kompozite s krehkou maticou (konkrétne LTCC) z toho dôvodu, že k danej problematike existuje v súčasnosti len malé množstvo poznatkov. Do úvahy pri tom bol braný vplyv reziduálnych napätí, ktoré sa v takýchto materiáloch vyskytujú kvôli spôsobu výroby. Vytvorený parametrický model mal potom tú výhodu, že užívateľ mohol jednoducho manipulovať so vstupnými údajmi. Vďaka tomu bolo možné dosiahnuť celú radu rôznych konfigurácií trhlín, čo umožnilo štúdium najrôznejších vzájomných interakcií medzi týmito trhlinami.

Ako už bolo spomenuté, existuje len málo dostupných poznatkov o chovaní sa a vzájomnej interakcii viacerých trhlín v prípade numerického modelovania s využitím MKP. Preto za hlavný prínos tejto práce je možné pokladať práve vytvorenie fungujúceho parametrického 2D modelu, ktorý môže byť využitý aj v budúcnosti.

Pomocou takto vytvoreného modelu teda bola vypočítaná celá rada počiatočných konfigurácií. Medzi ne patrí napríklad konfigurácia, kde bol porovnávaný prípad šírenia samostatnej trhliny s prípadom, kedy bola v objekte okrem šíriacej sa trhliny umiestnená aj druhá, statická trhlina. Z výsledkov bolo zrejmé, že takáto trhlina, hoci bola statická, významným spôsobom ovplyvnila smer šírenia a napätosť v čele šíriacej sa trhliny. Ďalším z pozorovaných javov bol vplyv veľkosti tlaku na šírenie trhliny, a bolo zistené, že čím vyššie boli hodnoty tlaku, tým vyššiu dominanciu pri ovplyvnení rastu trhliny malo pôsobenie tlaku na úkor vplyvu reziduálnych napätí. Ďalšou zo spomenutých interakcií bol problém uzatvárania nešíriacej sa trhliny, ktorý bolo nutné pri dosahovaní presných výsledkov ošetriť pridaním ďalšej podmienky. V neposlednej rade bola vytvorená konfigurácia, kde bolo možné pozorovať šírenie oboch trhlín. V prvých krokoch sa šírila jedna trhlina, ktorá sa dostala až do oblasti blízkosti častice, kde výrazne klesla hodnota súčiniteľa intenzity napätia K_I v jej čele a začala sa preto šíriť druhá trhlina. Na záver bol tiež popísaný subkritický rast trhliny.

Z dosiahnutých výsledkov je zrejmé, že má zmysel danú problematiku ďalej študovať pre jej pozitívny prínos v tejto oblasti. V tomto smere by sa dali ďalej vytvoriť konfigurácie s viac ako dvomi trhlinami, prípadne zväčšiť rozmery použitej vzorky materiálu, aby bolo možné sledovať chovanie sa trhlín, ktoré nie sú vo svojej tesnej blízkosti. Ďalšou z možností vylepšenia tohoto modelu by bolo zvýšenie úrovne z 2D na 3D. Vďaka dokonalejšiemu modelu by potom boli dosiahnuté výsledky oveľa bližšie k realite, čo môže viesť k lepšiemu pochopeniu lomového chovania takýchto materiálov.

8. ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

- [1] JANÍČEK, Přemysl. Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: hledání souvislostí: učební texty. Brno: CERM, 2007, 1234 s. ISBN 978-80-7204-555-61.
- [2] VLK M., FLORIAN Z.: Mezní stavy a spolehlivost. VUT Brno, 2007, 235s.
- [3] HUTAŘ, P, NÁHLÍK, L. Základy lomové mechaniky [PowerPoint]. Získané z <http://hutar.wz.cz/lomovka/08.pdf>
- [4] KUNZ, Jiří. Základy lomové mechaniky. 2. preprac. vyd. Praha: ĚVUT, 1994, 172 s. ISBN 80-010-1215-8.
- [5] WESTERGAARD, H. M.: Bearing Pressures and Crack. International Journal of Applied Mechanics. 1939. 6. vyd. stránky 49-53. ISSN: 1758-8251.
- [6] ANDERSON, T. L. Fracture mechanics: fundamentals and applications. 3rd ed. Boca Raton, FL: Taylor & Francis, 2005. ISBN 0849316561.
- [7] BERMEJO, R., P. SUPANCIC, C. KRAUTGASSER, R. MORRELL a R. DANZER. Subcritical crack growth in Low Temperature Co-fired Ceramics under biaxial loading. Engineering Fracture Mechanics [online]. 2013, 100, 108-121 [cit. 2016-11-02]. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2012.12.004. ISSN 00137944. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0013794412004651>
- [8] Sglavo V.M., Green D.J., Indentation Determination of Fatigue Limits in Silicate Glasses, J. Am. Ceram. Soc. 82 (1999) 1269-1274
- [9] KOSEK, L. Lomová houževnatost kovových materiálů a její zkoušení. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 41 s. Vedúci bakalárskej práce Ing. Karel Němec, Ph.D.
- [10] MAJER, Z., M. PLETZ, C. KRAUTGASSER, L. NÁHLÍK, P. HUTAŘ a R. BERMEJO. Numerical Analysis of Sub-critical Crack Growth in Particulate Ceramic Composites. Procedia Materials Science [online]. 2014, 3, 2071-2076 [cit. 2016-11-02]. DOI: 10.1016/j.mspro.2014.06.335. ISSN 22118128. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2211812814003368>
- [11] SEO, Y. J., JUNG, J. H., CHO, Y. S., KIM, J. C. and KANG, N. K. (2007), Influences of Particle Size of Alumina Filler in an LTCC System. Journal of the American Ceramic Society, 90: 649–652. DOI:10.1111/j.1551-2916.2006.01438.x. Dostupné z <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1551-2916.2006.01438.x/full>
- [12] KCALC ANSYS help 15.0 [software]. © SAS IP, Inc [prístup 2017-05-10].
- [13] KSCON ANSYS help 15.0 [software]. © SAS IP, Inc [prístup 2017-05-10].

- [14] MONTI, R., F. COPPOLA, P. GASBARRI, U. LECCI. Residual stress brazing process induced in hybrid package for ISP applications. *Acta Astronautica* [online]. 2010, 3, 897-913 [cit. 2017-05-15]. DOI: 10.1016/j.actaastro.2009.09.009. ISSN 0094-5765. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094576509004482>

- [15] LAWRENCE, Kent L. ANSYS tutorial: release 11.0 : structural & thermal analysis using the ANSYS release 11.0 environment. Mission: SDC Publications, 2007. ISBN 978-1-58503-400-0.

- [16] AJAY, T.: Historical failures and the evolution of Fracture Mechanics. LINKEDIN, 2016, [cit. 14.5.2017]. Dostupné z: <https://www.linkedin.com/pulse/historical-failures-evolution-fracture-mechanics-ajay-taneja>

- [17] D, WANHILL a EWALDS, H. *Fracture mechanics*. 1. Londýn: Edward Arnold, 1984. ISBN 0713135150.

- [18] SADANANDA, K a Xuân Nam. PHẠM. Crack tip driving forces and crack growth representation under fatigue. DOI: 10.1016/S0142-1123(03)00105-1. ISBN 10.1016/S0142-1123(03)00105-1. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0142112303001051>

- [19] SIH, G. C. Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems. DOI: 10.1007/BF00035493. ISBN 10.1007/BF00035493. Dostupné z: <http://link.springer.com/10.1007/BF00035493>

Zoznam použitých skratiek a symbolov

| | | |
|-----------|-----------------------|---|
| K_I | $[MPa \cdot m^{1/2}]$ | súčiniteľ intenzity napätia v prvom móde zaťažovania |
| K_{II} | $[MPa \cdot m^{1/2}]$ | súčiniteľ intenzity napätia v druhom móde zaťažovania |
| α | $[^\circ]$ | uhol natočenia čela trhliny voči globálnemu súradnicovému systému |
| p | $[MPa]$ | tlak, ktorým sú naťahované hrany použitej vzorky |
| y_1 | $[mm]$ | posunutie trhliny číslo 1 voči stredovej osi vzorky (kladná hodnota – posuv nahor, záporná hodnota – posuv nadol) |
| y_2 | $[mm]$ | posunutie trhliny číslo 2 voči stredovej osi vzorky (kladná hodnota – posuv nahor, záporná hodnota – posuv nadol) |
| a_{01} | $[mm]$ | počiatočná dĺžka trhliny číslo 1 |
| a_{02} | $[mm]$ | počiatočná dĺžka trhliny číslo 2 |
| prírastok | $[mm]$ | prírastok pridávaný k dĺžke trhliny medzi jednotlivými krokmi |
| x_{c2} | $[mm]$ | posunutie ľavej hornej častice v smere globálnej osi x |